

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
Ю.А.Самарский  
\_\_\_ мая 2010 г.

## ПРОГРАММА

по курсу: ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И ОСНОВЫ ОПТИКИ

по направлениям: 010400, 010900

факультет: ФНБИК

кафедра: физики и физического материаловедения

курс: 2

семестр: 3

лекции: 34 часа

практические (семинарские) занятия: 34 часа

лабораторные занятия: 68 часов

самостоятельная работа: 2 часа в неделю

экзамен: 3 семестр

зачет: нет

ВСЕГО ЧАСОВ: 136

Программу и задание составили:

д.ф.-м.н., доцент Барабанов Алексей Леонидович

к.ф.-м.н. Ситников Михаил Геннадьевич

Программа утверждена на заседании кафедры физики и  
физического материаловедения \_\_\_ мая 2010 года

Заведующий кафедрой

В.Г. Вакс

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И ОСНОВЫ ОПТИКИ

1. *Электромагнитная индукция и индуктивности.* Уравнения Максвелла. Явление электромагнитной индукции. Взаимная индуктивность контуров с токами. Теорема взаимности для коэффициентов индуктивности. Коэффициент самоиндукции замкнутого контура. Катушки индуктивности. Индуктивность длинного соленоида. Установление тока в цепи, содержащей индуктивность. Энергия, сосредоточенная в катушке индуктивности. Плотность энергии магнитного поля. Энергетический метод вычисления сил в магнитном поле. Подъёмная сила электромагнита.
2. *Колебания в линейных системах.* Колебательный контур. Свободные затухающие колебания электрического тока в контуре. Коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания и добротность контура. Энергия, сосредоточенная в колебательном контуре. Энергетический смысл добротности. Вынужденные колебания электрического тока под действием внешнего синусоидального напряжения. Амплитудная и фазовая характеристики тока и напряжений. Резонанс. Процесс установления стационарных колебаний.
3. *Переменные токи.* Условие квазистационарности тока. Гармонические (синусоидальные) токи. Представление колебаний электрического тока и напряжений через комплексные величины. Векторные диаграммы. Комплексное сопротивление (импеданс) элемента цепи переменного тока. Правила Кирхгофа для переменных токов. Работа и мощность переменного тока. Действующие значения тока и напряжения.

4. *Вынужденные колебания.* Вынужденные электрические колебания в контуре. Связь ширины резонансного пика с добротностью контура. Резонанс напряжений и резонанс токов. Резонансный трансформатор Тесла. Интегрирующие и дифференцирующие аналоговые схемы. Параметрическое возбуждение колебания. Понятие об автоколебаниях. Генератор Ван-дер-Поля. Обратная связь. Условие самовозбуждения. Роль нелинейности.
5. *Модулированные колебания. Шумы.* Вынужденные колебания под действием несинусоидальной (негармонической) силы. Амплитудная и фазовая модуляции. Понятие о спектральном разложении (фурье-разложении). Колебательный контур как спектральный прибор. Частотная характеристика и импульсный отклик. Спектр одиночного прямоугольного импульса и периодической последовательности импульсов. Соотношение неопределённостей. Тепловой и дробовой шум. Предел чувствительности электрических измерительных приборов.
6. *Распространение сигналов по проводам.* Распространение переменного тока по длинному проводу (кабелю). Уравнения, связывающие ток и напряжение на малом участке кабеля (телеграфные уравнения). Ёмкость, индуктивность, сопротивление и утечка на единицу длины кабеля. Условие распространения сигнала по кабелю без затухания. Условие распространения сигнала с затуханием, но без искажения. Скорость распространения сигнала по кабелю. Волновое сопротивление кабеля.
7. *Уравнения Максвелла в среде.* Электростатика в присутствии диэлектрических сред – плотность связанного заряда, вектор поляризации  $\vec{P}$ , индукция  $\vec{D}$  электрического поля и диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  среды. Магнитостатика в присутствии магнитных сред – плотность тока намагничивания, вектор намагничённости  $\vec{M}$ , напря-

жённость  $\vec{H}$  магнитного поля и магнитная проницаемость  $\mu$  среды. Плотность тока смещения (тока связанных зарядов) в диэлектрических средах. Уравнения Максвелла для меняющихся во времени векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{V}$  и  $\vec{H}$  и материальные уравнения (уравнения связи) в изотропной диэлектрической среде.

8. *Энергия электромагнитного поля.* Плотность энергии, плотность потока энергии (вектор Пойнтинга) и энергия электромагнитного поля в изотропной диэлектрической среде (в частности – в вакууме). Интегральная и дифференциальная формы закона изменения энергии электромагнитного поля. Понятие об импульсе и моменте импульса (угловом моменте) электромагнитного поля. ”Энергетические” определения для коэффициентов взаимной индуктивности и коэффициента самоиндукции.
9. *Электромагнитные волны в вакууме и в диэлектрических средах.* Плоская линейно поляризованная электромагнитная волна в однородной диэлектрической среде (в частности – в вакууме). Частота волны, волновой вектор. Фазовая скорость волны. Коэффициент преломления среды. Поперечность плоской волны. Вектор Пойнтинга для плоской волны. Давление излучения. Круговая и эллиптическая поляризации плоской волны. Затухание волны в среде. Поляроиды. Закон Малюса.
10. *Отражение и преломление электромагнитных волн. Элементы кристаллооптики.* Отражение и преломление электромагнитных ТЕ- и ТМ-волн на границе раздела диэлектрических сред. Закон Снеллиуса. Формулы Френеля для коэффициентов отражения и прохождения. Угол Брюстера. Полное внутреннее отражение. Туннельный эффект. Электромагнитные волны в анизотропных средах. Одноосные кристаллы. Двойное лучепреломление и поляризационные призмы. Пластинки  $\lambda/4$  и  $\lambda/2$ .

11. *Электромагнитные волны и проводящие среды. Классическая теория дисперсии.* Проводящие среды – металлы и плазма. Экранировка, дебаевский радиус. Плазменная частота. Электромагнитные волны в проводящих средах. Скин-эффект. Условия отражения электромагнитных волн от проводящих сред. Распространение электромагнитных волн в "газе" осцилляторов. Дисперсия и затухание волн. Нормальная и аномальная дисперсии. Волновой пакет конечной протяженности. Групповая скорость. Формула Рэлея. Дисперсия электромагнитных волн в средах со свободными зарядами (металлы, плазма). Диэлектрическая проницаемость плазмы.
12. *Волноводы и резонаторы.* Бегущие и стоячие электромагнитные волны. Электромагнитные волны в прямоугольных волноводах. Критическая частота волновода. Объёмный резонатор. Стоячие электромагнитные волны (моды электромагнитного излучения). Спектральная плотность мод. Квантовая гипотеза Планка. Квантовое выражение для средней энергии моды (осциллятора) при температуре  $T$  (распределение Бозе-Эйнштейна). Квантовые формулы для спектральной плотности равновесного теплового излучения в резонаторе и потока излучения, выходящего из резонатора (формулы Планка).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. [СЗ] *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.3. Электричество. – Москва, Наука, 1996.
2. [С4] *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.4. Оптика. – Москва, Наука, 1980.
3. [КЛО] *Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 1. Механика. Электриче-

- ство и магнетизм. Колебания и волны. Волновая оптика. Под. ред. А.С. Кингсепя. – Москва, Физматлит, 2001.
4. [И2] *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы. – Москва, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
  5. [И3] *Иродов И.Е.* Волновые процессы. Основные законы. – Москва, Лаборатория Базовых Знаний, 1999.
  6. [Б2] *Парселл Э.* Берклеевский курс физики. Т. 2. Электричество и магнетизм. – Москва, Наука, 1983.
  7. [О2] *Козел С.М., Лейман В.Г., Локшин Г.Р., Овчинкин В.А., Прут Э.В.* Сборник задач по общему курсу физики. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика. Под ред. В.А. Овчинкина. – Москва, Изд-во МФТИ, 2000.

### Дополнительная литература

1. [Ф2] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Том 2. Вып. 5,6,7. Электричество и магнетизм. Электродинамика. Физика сплошных сред. – Москва, Мир, 1977.
2. [Г] *Горелик Г.С.* Колебания и волны. – Москва, Физматлит, 1959.
3. [МЧ] *Мешков И.Н., Чириков Б.В.* Электромагнитное поле, в 2-х частях. – Новосибирск, Наука, 1987.
4. [И] *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. – Москва, НТЦ ВЛАДИС, 1997.

**ЗАДАНИЕ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ**  
**для студентов 2-го курса на осенний семестр**  
**2010/2011 учебного года**

**Пояснение:** Всюду, где возможно, приведены ссылки на номера задач в сборниках [O2] и [И] для того, чтобы результаты могли быть (при необходимости) сверены с ответами. При этом [O2-1] – это задачи из 1-й части сборника [O2] по теме ”Электричество и магнетизм”, а [O2-2] – это задачи из 2-й части сборника [O2] по теме ”Оптика”. Формулировки некоторых задач изменены, в ряде случаев поставлены дополнительные вопросы. Помимо задач, рекомендованных для обсуждения на семинаре, преподаватель может разбирать и другие задачи по своему усмотрению. Решения задач, входящих в задание, должны быть своевременно представлены преподавателю в отдельной тетради.

**Неделя 1.** Электромагнитная индукция. Коэффициенты взаимной индукции и самоиндукции.

**Семинар:**

1) [O2-1, 5.30] На один магнитный сердечник намотаны две катушки. Индуктивности катушек в отдельности равны  $L_1 = 0.5$  Г и  $L_2 = 0.7$  Г соответственно. Чему равна взаимная индуктивность катушек  $M$ ? Рассеянием магнитного поля пренебрегите.

2) [O2-1, 5.31] Внутри тонкого соленоида длиной  $l = 50$  см с числом витков  $N = 10\,000$  и поперёк его оси размещена небольшая плоская катушка с числом витков  $n = 40$ . По виткам катушки площадью  $S = 10$  см<sup>2</sup> течёт ток  $J = 1$  А. Найдите поток магнитного поля катушки, пронизывающий обмотку соленоида. *Подсказка:* воспользуйтесь теоремой о равенстве взаимных индуктивностей (теоремой взаимности).

3) [O2-1, 5.32], [И, 2.357] По прямоугольной рамке  $ABCD$  размерами  $a \times b$  из тонкого провода течёт ток  $J$ . Магнитное по-

ле рамки пронизывает полуплоскость, граница которой расположена на расстоянии  $l$  от стороны  $AB$  длины  $a$  (рамка лежит в дополнительной полуплоскости). Найдите магнитный поток, пронизывающий полуплоскость.

**Задание:**

1-1) [O2-1, 5.27] Коаксиальный кабель состоит из внутреннего провода радиуса  $a$  и тонкой внешней оболочки радиуса  $b$ . Найдите индуктивность коаксиального кабеля на единицу длины  $L' = \Delta L / \Delta x$ .

1-2) [И, 2.324] Прямоугольная рамка  $ABCD$  из тонкого провода расположена в одной плоскости с бесконечным проводом. Ближняя к проводу сторона  $AB$ , имеющая длину  $a$ , параллельна проводу и находится от него на расстоянии  $l > b$ , где  $b$  – длина сторон  $BC$  и  $DA$ . По проводу течет ток  $J$ . Какой заряд  $Q$  протечет по рамке, если рамку повернуть на пол-оборота вокруг стороны  $AB$  (так что ближней к проводу станет сторона  $CD$ )? Сечение провода, из которого изготовлена рамка, равно  $S$ , удельное сопротивление этого провода  $\rho$ .

**Дополнительное задание:**

1-3) [O2-1, 8.44] Плоский конденсатор помещён между круглыми горизонтальными наконечниками электромагнита так, что круглые обкладки конденсатора параллельны наконечникам (центры наконечников и обкладок лежат на одной оси). Между обкладками конденсатора в однородном электрическом поле  $E$  на расстоянии  $R$  от оси системы ( $R$  много меньше радиусов наконечников и обкладок конденсатора) неподвижно висит заряженная масляная капля с зарядом  $q$ . В обмотке включают ток и доводят магнитное поле до постоянной величины  $B$ . Считая, что за время нарастания магнитного поля смещение капли пренебрежимо мало, найдите скорость  $v$  капли и траекторию её движения после включения магнитного поля.

1-4) [O2-1, 8.47] Проволочной рамке в форме квадрата со стороной  $a$ , находящейся в магнитном поле, сообщена началь-



ная скорость  $v_0$  в направлении оси  $x$ , перпендикулярной одной из сторон и лежащей в плоскости рамки. Вектор магнитной индукции  $B$  перпендикулярен плоскости рамки, а его величина растёт линейно вдоль оси  $x$ , так что  $dB/dx = k$ , где  $k$  – постоянная. Найдите скорость рамки  $v(t)$  как функцию времени  $t$ . Масса рамки  $m$ , общее сопротивление провода рамки  $R$ . Коэффициентом самоиндукции рамки пренебрегите. Силу тяжести не учитывайте.

**Неделя 2.** Сверхпроводники в магнитном поле. Энергии и силы в магнитном поле.

**Семинар:**

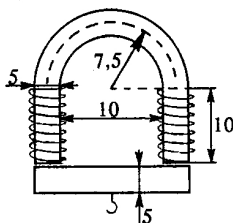


Рис. 1: к задаче [O2-1, 7.64]

1) [O2-1, 6.23\*] Сверхпроводящий шар радиуса  $R$  внесён в постоянное однородное магнитное поле  $\vec{B}_0$ . Найдите магнитное поле  $\vec{B}$  всюду вне шара, считая, что поле  $\vec{B}_0$  не разрушает сверхпроводимость шара. Найдите также поверхностную плотность сверхпроводящего тока  $i$ .

2) [O2-1, 7.20] Сверхпроводящий шарик летит по направлению к соленоиду вдоль его оси. Индукция магнитного поля в центре соленоида есть  $B = 1000$  Гс. Какой должна быть минимальная начальная скорость  $v_0$  шарика для того, чтобы он мог пролететь сквозь соленоид? Диаметр соленоида намного превосходит диаметр шарика. Плотность материала шарика  $\rho = 8$  г/см<sup>3</sup>.

3) [O2-1, 7.64] Электромагнит выполнен из железного квадратного бруса сечением  $l \times l$ , где  $l = 5$  см, которому придана

форма подковы (схема представлена на Рис. 1): центральная часть изогнута так, что ось бруса представляет собой полуокружность радиуса  $r = 7.5$  см; к обоим сторонам этой изогнутой части примыкают параллельные прямые участки, каждый из которых имеет длину  $h = 10$  см. Ядро электромагнита, выполненное из того же бруса, имеет длину  $2r + l = 20$  см и примыкает к концам подковы. Подкова имеет обмотку из  $N = 200$  витков, по которой течёт ток  $J = 2$  А. Магнитная проницаемость железа, из которого выполнен электромагнит, есть  $\mu = 200$ . Какую силу нужно приложить к ядру, чтобы оторвать его от подковы?

**Задание:**

2-1) [O2-1, 6.26] В пространстве хаотично распределены сверхпроводящие шарики радиуса  $r$ . Концентрация  $n$  шариков такова, что  $nr^3 \ll 1$ . Найдите магнитную проницаемость  $\mu$  этой среды.

2-2) [O2-1, 7.27] Сверхпроводящее плоское кольцо, по которому течёт ток  $J = 1$  А, переносится из удалённой области в область однородного магнитного поля  $B_0 = 100$  Гс. Площадь кольца  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Нормаль к плоскости кольца составляет угол  $\theta_0 = 60^\circ$  с направлением магнитного поля. Чему равен коэффициент самоиндукции кольца, если в результате переноса ток в кольце обратился в ноль?

2-3) [O2-1, 7.31] В опытах А.Д.Сахарова по получению сверхсильных магнитных полей осуществлялось взрывное сжатие отрезка цилиндрического соленоида, внутри которого создано магнитное поле с индукцией  $B_0$ . Найдите индукцию поля  $B$  в соленоиде в момент максимального сжатия, если  $B_0 = 5 \cdot 10^4$  Гс, начальный внутренний радиус соленоида  $R = 5$  см, радиус в момент максимального сжатия  $r = 0.5$  см. Считайте, что оболочка, окружающая магнитное поле, является идеально проводящей. Найдите также давление  $P$ , необходимое для получения такого сжатия.

### Дополнительное задание:

2-4) [O2-1, 7.58] Цилиндрический стержень с магнитной проницаемостью  $\mu$  и площадью поперечного сечения  $S$ , размещён по оси длинного соленоида таким образом, что один конец стержня находится внутри соленоида, тогда как другой конец – вне соленоида. Магнитное поле (внутри соленоида) вблизи первого конца стержня можно считать однородным и равным  $B$ , а вблизи второго конца стержня (вне соленоида) – равным нулю. Найдите силу, действующую на стержень. Куда направлена эта сила?

2-5) [O2-1, 7.69] Сверхпроводящая сфера радиусом  $R = 8$  см разрезана на две одинаковые полусферы и после этого помещена в однородное магнитное поле  $B_0 = 10^3$  Гс, перпендикулярное плоскости разреза. Найдите силу, необходимую для отрыва одной полусферы от другой.

2-6) [O2-1, 8.63] Сверхпроводящий шарик радиуса  $r$  и массой  $m$  подлетает со скоростью  $v$  к области постоянного магнитного поля  $B$ . Оцените максимальную скорость, при которой шарик отразится от поля.

**Неделя 3.** Переходные процессы в электрических цепях. Свободные колебания.

### Семинар:

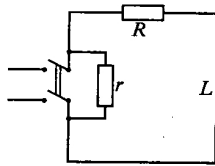


Рис. 2: к задаче [O2-1, 9.16]

1) [O2-1, 9.16] При отключении цепей постоянного тока, обладающих сопротивлением  $R$  и большой индуктивностью  $L$  (например, обмоток возбуждения генераторов постоянного тока), эти цепи замыкают на сопротивление  $r$  для ограничения перенапряжений (схема представлена на Рис. 2). Найдите, во

сколько раз в этом случае максимальное напряжение на зажимах цепи  $V_{max}$  будет превышать приложенное постоянное напряжение  $V_0$ .

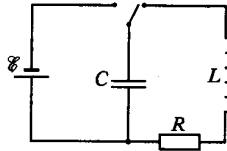


Рис. 3: к задаче [O2-1, 9.36]

2) [O2-1, 9.36] Кондесатор  $C = 0.1$  мкФ, заряженный до напряжения  $\varepsilon = 1$  кВ, в момент  $t = 0$  замыкается на катушку индуктивности  $L = 100$  мГ и сопротивление, равное критическому для образовавшегося контура (схема представлена на Рис. 3). Найдите время  $t_0$ , за которое ток достигнет максимального значения, и вычислите это максимальное значение  $J_0$ .

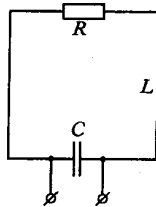


Рис. 4: к задаче [O2-1, 9.53]

3) [O2-1, 9.53] Резонансный контур состоит из последовательно соединённых конденсатора ёмкостью  $C$ , сопротивления  $R$  и индуктивности  $L$  (схема представлена на Рис. 4). К обкладкам конденсатора присоединён генератор, периодически посылающий импульсы и раскачивающий колебания тока в контуре. Каждый отдельный импульс создаёт на конденсаторе дополнительное напряжение  $V$ . Промежутки времени между последовательными импульсами в целое число раз  $n$  больше периода собственных колебаний. Найдите амплитуду  $V_0$  установившихся колебаний напряжения на конденсаторе, считая декремент затухания контура малым.

### Задание:

3-1) [O2-1, 9.8] К источнику постоянного тока с ЭДС  $\varepsilon$  последовательно присоединены дроссель (катушка) и сопротивление. Полное омическое сопротивление цепи равно  $R$ . Индуктивность дросселя с железным сердечником равна  $L_1$ , а без сердечника –  $L_2$ . Вначале сердечник был вставлен, а по цепи протекал постоянный ток. В момент  $t = 0$  сердечник был удалён за время, пренебрежимо малое по сравнению с временем установления тока в цепи. Найдите силу тока  $J(t)$  в цепи при  $t > 0$ .

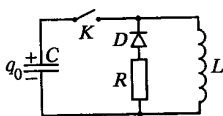


Рис. 5: к задаче [O2-1, 9.27]

3-2) [O2-1, 9.27] В колебательный контур с индуктивностью  $L$  и конденсатором ёмкостью  $C$  дополнительно введены – параллельно индуктивности – сопротивление  $R$  и диод, соединённые последовательно (схема представлена на Рис. 5). Сопротивление диода в одном направлении много меньше  $R$ , а в обратном направлении – бесконечно велико. Вначале конденсатор имеет заряд  $q_0$ , а контур разомкнут ключом. В некоторый момент ключ замыкают и конденсатор начинает разряжаться через индуктивность (диод на этом этапе блокирует протекание тока параллельно индуктивности). Когда ток разряда достигает максимального значения, ключ вновь размыкают. Какой заряд протечёт через сопротивление  $R$ ?

### Дополнительное задание:

3-3) [O2-1, 9.30] Резонансный контур состоит из последовательно соединённых конденсатора, катушки индуктивности и сопротивления. К конденсатору подключён параллельно источник постоянной ЭДС (схема представлена на Рис. 6). После отсоединения ЭДС (батареи) в контуре возникают медленно

затухающие колебания, максимальная амплитуда напряжения которых в  $n = 100$  раз превосходит напряжение батареи. Найдите собственную частоту контура  $\omega_0$ , если уменьшение амплитуды колебаний в  $e$  раз происходит за время  $\tau = 0.1$  с.

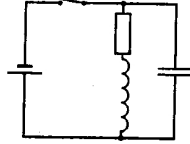


Рис. 6: к задаче [O2-1, 9.30]

3-4) [O2-1, 9.56] Намагниченная пуля пролетает вдоль оси длинного соленоида, входящего в колебательный контур. Время пролёта пулей расстояния, равного диаметру соленоида, мало по сравнению с периодом  $T$  колебаний в контуре. При какой скорости  $v$  пули амплитуда  $J_{max}$  колебаний тока в контуре максимальна? Какова при этом  $J_{max}$ ? Магнитный момент пули  $\vec{m}$  параллелен оси соленоида. Примите, что длина соленоида  $l = 0.5$  м, площадь поперечного сечения  $S = 5$  см<sup>2</sup>, число витков  $N = 10^4$ , магнитный момент пули  $m = 0.1$  А·м<sup>2</sup>, период  $T = 0.01$  с. Сопротивлением контура пренебрегите.

#### Неделя 4. Переменные токи.

##### Семинар:

1) [O2-1, 10.3] Для определения мощности  $N$ , выделяемой переменным током в катушке (индуктивность и сопротивление катушки неизвестны), иногда применяют метод трёх амперметров. Метод состоит в следующем (схема представлена на Рис. 7). Параллельно катушке включают известное сопротивление  $R$ . Далее измеряют действующие (эффективные) значения токов:  $I_1$  – через катушку,  $I_2$  – через сопротивление  $R$  и полный ток  $I$  через параллельно соединённые катушку и сопротивление  $R$  (заметьте, что в общем случае  $I_1 + I_2 \neq I$ !). Как по полученным данным найти  $N$ ?

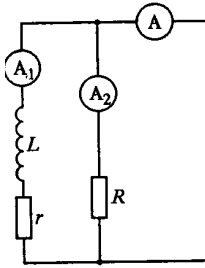


Рис. 7: к задаче [O2-1, 10.3]

2) [O2-1, 10.6] Последовательно к индуктивности  $L$  подключён блок, состоящий из параллельно соединённых сопротивления  $R$ , с одной стороны, и следующих друг за другом 2-й индуктивности  $L$  и 2-го сопротивления  $R$ , с другой стороны (схема представлена на Рис. 8). Цепь подключена к входному переменному напряжению с частотой  $\omega$  и амплитудой  $V_{\text{ВХ}}$ . С зажимов 2-го сопротивления снимается выходное напряжение с амплитудой  $V_{\text{ВЫХ}}$ . Какому условию должны удовлетворять величины  $L$  и  $R$  для того, чтобы выходное напряжение было сдвинуто по фазе на  $90^\circ$  относительно входного напряжения? Каким будет при этом отношение амплитуд выходного и входного напряжений?

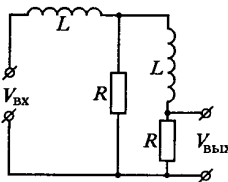


Рис. 8: к задаче [O2-1, 10.6]

3) [O2-1, 11.10] Последовательно к сопротивлению  $R$  подключён блок, состоящий из двух, параллельно соединённых ве-

ток. В 1-й ветке друг за другом следуют сопротивление  $R_1$  и индуктивность  $L_1$ . Во 2-й ветке друг за другом следуют индуктивность  $L$  и ёмкость  $C$  (схема представлена на Рис. 9). Цепь подключена к источнику переменной ЭДС, меняющейся по закону  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos^2 \Omega t$ . Найдите токи  $J_1$  и  $J$ , протекающие через 1-ю и 2-ю ветки соответственно, если известно, что параметры цепи удовлетворяют условию  $\Omega^2 = 1/(4LC)$ .

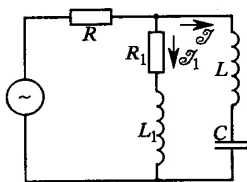


Рис. 9: к задаче [O2-1, 11.10]

**Задание:**

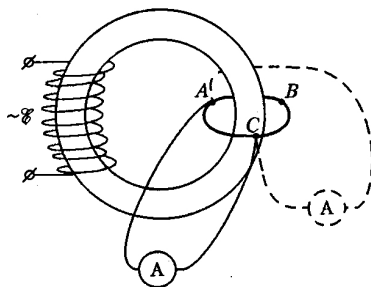


Рис. 10: к задаче [O2-1, 10.1]

4-1) [O2-1, 10.1] На замкнутом железном сердечнике имеется обмотка из большого числа  $n$  витков, присоединённая к источнику синусоидальной ЭДС  $\varepsilon$ . Вне этой обмотки имеется кольцо, так же (как и витки обмотки) пронизываемое сердечником. Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  делят это кольцо на три равные части (схема представлена на Рис. 10). Что покажет чувствительный амперметр переменного тока с сопротивлением  $r$ , если его присоединить к точкам  $A$  и  $C$  кольца? Рассмотрите два случая:



(1) сердечник не пронизывает контур, образованный дугой  $AC$  и проводами, ведущими к амперметру; (2) сердечник пронизывает контур, образованный дугой  $AC$  и проводами, ведущими к амперметру. Индуктивностью кольца и соединительных проводов пренебрегите.

4-2) Один из самых простых способов включить лампочку, рассчитанную на действующее напряжение  $U_{Rm} = 12$  В, в сеть переменного тока со "стандартным" действующим напряжением  $U_m = 220$  В, заключается в следующем. Лампочку включают в сеть последовательно с конденсатором. Обсудите, что происходит при этом в цепи, и почему лампочка при этом не перегорает. Вычислите ёмкость  $C$  требуемого конденсатора, считая, что мощность лампочки  $P = 60$  Вт. Частота переменного тока  $\nu = 50$  Гц.

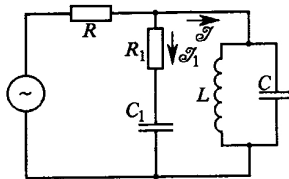


Рис. 11: к задаче [O2-1, 11.11]

4-3) [O2-1, 11.11] Последовательно к сопротивлению  $R$  подключён блок, состоящий из двух, параллельно соединённых веток. В 1-й ветке друг за другом следуют сопротивление  $R_1$  и ёмкость  $C_1$ . Во 2-й ветке имеются параллельно включённые индуктивность  $L$  и ёмкость  $C$  (схема представлена на Рис. 11). Цепь подключена к источнику переменной ЭДС, меняющейся по закону  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos^2 \Omega t$ . Найдите токи  $J_1$  и  $J$ , протекающие через 1-ю и 2-ю ветки соответственно, если известно, что параметры цепи удовлетворяют условию  $\Omega^2 = 1/(4LC)$ .

**Дополнительное задание:**

4-4) [O2-1, 10.60] Найдите импеданс бесконечной цепи, изображённой на Рис. 12, как функцию частоты  $\omega$  подаваемого

напряжения. При каких частотах эта цепь поглощает или не поглощает энергию? Если энергия поглощается, то обсудите, почему это происходит.

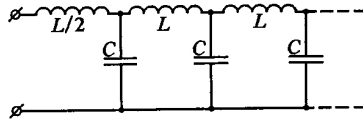


Рис. 12: к задаче [O2-1, 10.60]

**Неделя 5.** Вынужденные колебания. Резонанс. Параметрический резонанс.

**Семинар:**

1) [O2-1, 10.20] Резонансный контур с малым затуханием, состоящий из последовательно соединённых индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$  и конденсатора ёмкости  $C$ , подключён к генератору переменного напряжения. Выходное напряжение снимается с зажимов конденсатора. Установлено, что выходное напряжение максимально при частоте генератора  $f_0 = 1.6$  кГц, а при частотах  $f \ll f_0$  это напряжение равно  $V_0 = 1$  В. Чему равно выходное напряжение  $V_1$  при частоте  $f_1 = 16$  кГц?

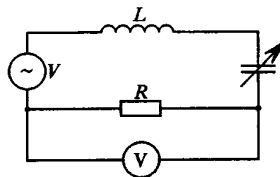


Рис. 13: к задаче [O2-1, 10.23]

2) [O2-1, 10.23] Ёмкостной датчик – это одно из наиболее чувствительных радиотехнических устройств для регистрации малых механических смещений. Обычно ёмкостной датчик представляет собой электрический колебательный контур, состоящий из последовательно соединённых индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$  и воздушного конденсатора, одна из пластин

которого подвижна (схема представлена на Рис. 13). Оцените минимально измеряемое перемещение пластины конденсатора  $\Delta d$ , если контур настроен в резонанс. Амплитуда переменного напряжения, подаваемого на контур, есть  $V = 100$  В, минимально измеряемое изменение амплитуды напряжения на сопротивлении  $\Delta V = 10$  мкВ. Добротность контура  $Q = 10^3$ . Зазор между пластинами конденсатора  $d = 1$  мм.

3) [O2-1, 10.39] Колебательный контур состоит из последовательно соединённых индуктивности  $L_1$ , сопротивления  $R$  и конденсатора ёмкостью  $C$ . Вблизи катушки с индуктивностью  $L_1$  расположена вторая катушка с индуктивностью  $L_2$ . Взаимная индуктивность между катушками равна  $M$ . Какой будет резонансная частота контура, если выводы второй катушки замкнуты накоротко? Примите, что индуктивное сопротивление второй катушки на рассматриваемой частоте значительно больше её активного сопротивления. При каких параметрах задачи резонанс недостижим?

**Задание:**

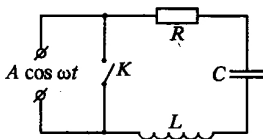


Рис. 14: к задаче [O2-1, 11.6]

5-1) [O2-1, 11.6] Колебательный контур состоит из последовательно соединённых индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$  и конденсатора ёмкостью  $C$ . Контур подключён к источнику переменной ЭДС, частота которой  $\omega$  отличается от собственной частоты контура  $\omega_0$ , причём расстройка  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$  больше ширины резонансной кривой ( $|\Delta\omega| > \delta$ ). Зажимы генератора накоротко соединены проводом с ключом (схема представлена на Рис. 14). Можно ли "раскачать" колебания в контуре периодическим замыканием и размыканием этого ключа? При какой частоте переключений амплитуда колебаний в контуре будет максимальной?

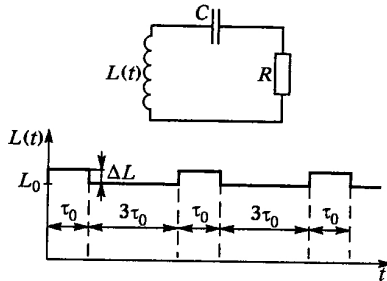


Рис. 15: к задаче [O2-1, 11.35]

5-2) [O2-1, 11.35] Колебательный контур состоит из последовательно соединённых индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$  и ёмкости  $C$ . График периодической зависимости индуктивности  $L$  от времени  $t$  представлен на Рис. 15. При каком значении ёмкости колебательного контура возможен параметрический резонанс? Найдите критическое значение  $R_0$  активного сопротивления контура такое, что при  $R < R_0$  параметрические колебания возбуждаются, тогда как при  $R > R_0$  параметрические колебания не возбуждаются. Выполните численные расчёты для значений  $L_0 = 4 \cdot 10^{-4}$  Г,  $\Delta L = 4 \cdot 10^{-5}$  Г,  $\tau_0 = 10^{-6}$  сек.

**Дополнительное задание:**

5-3) [O2-1, 10.16] Колебательный контур с индуктивностью  $L = 1$  Г подключён к генератору переменного напряжения. В случае резонанса в контуре под действием внешнего напряжения с амплитудой  $V_0 = 200$  В устанавливается переменный ток с амплитудой  $J_0 = 20$  А. Найдите по этим данным сопротивление контура  $R$  и время затухания  $\tau$  (время, за которое амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз) в режиме свободных затухающих колебаний.

5-4) [O2-1, 10.41] Высокодобротный колебательный контур состоит из последовательно соединённых конденсатора ёмкости  $C$  и двух катушек индуктивности  $L_1$  и  $L_2$  (схема пред-

ставлена на Рис. 16). Установлено, что после того, как выводы катушки  $L_2$  замыкают накоротко, частота собственных колебаний контура не изменяется. Найдите коэффициент  $M$  взаимной индуктивности катушек.

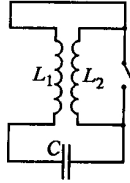


Рис. 16: к задаче [O2-1, 10.41]

## Неделя 6. Спектры. Автоколебания.

### Семинар:

1) [O2-1, 11.2 (1,2)] В приёмниках радиоизлучения обычно осуществляется квадратичное преобразование принимаемого сигнала (то есть сигнал  $f(t)$  преобразуется в  $f^2(t)$ ) с последующим усреднением по интервалу  $\Delta t$  такому, что  $2\pi/\omega_0 \ll \Delta t \ll 2\pi/\Omega$ , где  $\omega_0$  – радиочастота, а  $\Omega$  – частота модуляции ( $\omega_0 \gg \Omega$ ). Найдите, что получится в результате этого преобразования, если на входе имеется:

1. амплитудно-модулированный сигнал ( $m < 1$ ),

$$f(t) = A(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t,$$

2. фазово-модулированный сигнал ( $m \ll 1$ ),

$$f(t) = A \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t).$$

2) [O2-1, 11.36] Сигнал  $f(t)$  представляет собой одиночный "прямоугольный" импульс. Пусть  $A$  есть "высота" импульса. Импульс имеет длительность  $\tau$ . Функция  $f(t)$  является чётной,  $f(t) = f(-t)$ , то есть начало отсчёта  $t = 0$  приходится на середину импульса (график  $f(t)$  представлен на Рис. 17б). Найдите спектр этого сигнала.

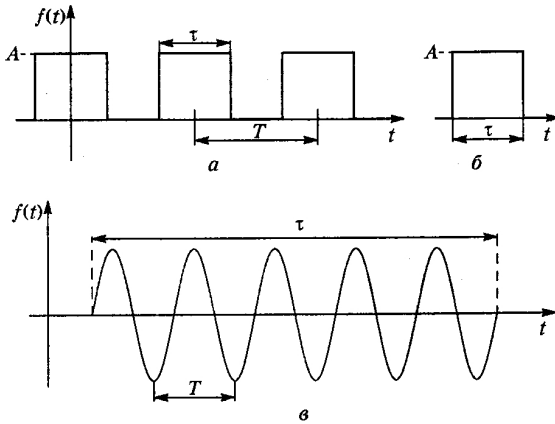


Рис. 17: к задаче [O2-1, 11.3]

3) [O2-1, 11.26] В прямоугольной контуре  $abcd$  в стороны  $ab$  и  $cd$  введены одинаковые сопротивления  $R$ , а в стороны  $bc$  и  $da$  – одинаковые ёмкости  $C$ . К вершинам  $a$  и  $c$  подключён источник входного напряжения  $V_{\text{вх}}(t) = V_0 \cos \omega t$  (схема представлена на Рис. 18). Обе ёмкости одновременно изменяются по закону  $C(t) = C_0/(1 + m \cos \Omega t)$ , где  $C_0$  – постоянная величина,  $m \ll 1$ ,  $\Omega \ll \omega$  и  $\omega RC_0 \gg 1$ . Найдите спектр выходного напряжения  $V_{\text{вых}}$ , снимаемого с вершин  $b$  и  $d$  контура.

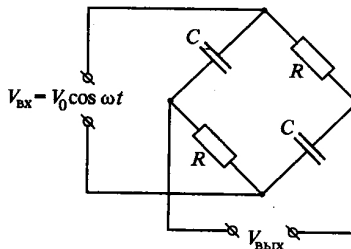


Рис. 18: к задаче [O2-1, 11.26]

### Задание:

6-1) [O2-1, 11.2 (3,4)] В приёмниках радиоизлучения обычно осуществляется квадратичное преобразование принимаемого сигнала (то есть сигнал  $f(t)$  преобразуется в  $f^2(t)$ ) с последующим усреднением по интервалу  $\Delta t$  такому, что  $2\pi/\omega_0 \ll \Delta t \ll 2\pi/\Omega$ , где  $\omega_0$  – радиочастота, а  $\Omega$  – частота модуляции ( $\omega_0 \gg \Omega$ ). Найдите, что получится в результате этого преобразования, если на входе имеется:

а) сигнал, который получается из фазово-модулированного сигнала после того, как от него отделяется (отфильтровывается) составляющая с несущей частотой  $\omega_0$ ;

б) сигнал, который получается из фазово-модулированного сигнала после того, как фазу составляющей с несущей частотой  $\omega_0$  меняют на  $\pi/2$ .

6-2) [O2-1, 11.3а] Сигнал  $f(t)$  представляет собой бесконечную периодическую последовательность "прямоугольных" импульсов. Пусть  $A$  есть "высота" импульсов. Каждый импульс имеет длительность  $\tau < T$ , где  $T$  – период. Функция  $f(t)$  является чётной,  $f(t) = f(-t)$ , то есть начало отсчёта  $t = 0$  приходится на середину одного из импульсов (график  $f(t)$  представлен на Рис. 17а). Найдите спектр этого сигнала.

6-3) [O2-1, 11.3в] Сигнал  $f(t)$  представляет собой фрагмент синусоиды с периодом  $T$ . Длительность этого фрагмента (цига волн) равна  $\tau$ , причём  $\tau/T = n$  есть целое число, то есть сигнал содержит  $n$  периодов синусоиды, начинаясь с нуля и заканчиваясь нулём (график  $f(t)$  представлен на Рис. 17в). Найдите спектр этого сигнала.

### Дополнительное задание:

6-4) [O2-1, 11.24] Тороидальная катушка, имеющая  $N$  витков, равномерно намотана на ферритовый сердечник сечением  $S$  и радиусом  $r$  (схема представлена на Рис. 19). Из-за насыщения дифференциальная магнитная проницаемость материала сердечника зависит от напряжения магнитного поля по закону

$\mu = dB/dH = \mu_1 - \mu_2 H^2$ . Катушка охвачена проводником, замкнутым на конденсатор ёмкостью  $C$ . Найдите спектральный состав тока  $i$  через конденсатор, если в катушке течёт переменный ток  $J = J_0 \sin \omega t$ . Индуктивностью проводника, омическим сопротивлением цепей и гистерезисом в магнетике можно пренебречь.

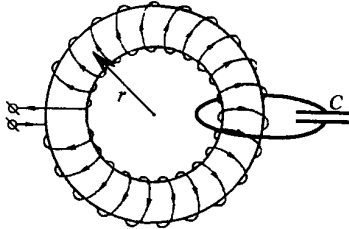


Рис. 19: к задаче [O2-1, 11.24]

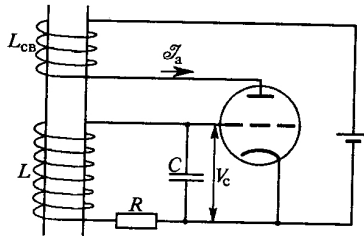


Рис. 20: к задаче [O2-1, 11.37]

6-5) [O2-1, 11.37] В схеме генератора Ван-дер-Поля, изображённого на Рис. 20, анодный ток  $J_a$  при малых колебаниях в контуре зависит от напряжения  $V_c$  на сетке линейным образом:  $J_a = S V_c + J_0$ , где  $S$  и  $J_0$  – постоянные величины. Катушка колебательного контура  $L$  и катушка связи  $L_{св}$  намотаны на общий магнитный сердечник. Считая величины  $L$ ,  $L_{св}$ ,  $C$  и  $S$  заданными, найдите, при каком максимальном значении активного сопротивления  $R$  контура возможно возбуждение автоколеба-



ний. Какой будет эффективная добротность контура, если выбрать  $R = R_{max}$ ? Выполните численный расчёт для значений  $L = 4 \cdot 10^{-4}$  Г,  $L_{св} = 4 \cdot 10^{-6}$  Г,  $C = 10^{-8}$  Ф,  $S = 2 \cdot 10^{-3}$  А/В.

### Неделя 7.

Контрольная работа.

### Неделя 8.

Разбор контрольной работы. Сдача 1-го задания (недели 1-6).

**Неделя 9.** Уравнения Максвелла. Энергия, импульс и угловой момент электромагнитного поля.

### Семинар:

1) [И, 3.244] В вакууме распространяются две плоские электромагнитные волны, одна – вдоль оси  $x$ , другая – вдоль оси  $y$ :  $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t)$ ,  $\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos(ky - \omega t + \varphi)$ , где вектор  $\vec{E}_0$  направлен вдоль оси  $z$ . Найдите среднее значение (направление и величину) плотности потока энергии в точках плоскости  $x = y$  (воспользуйтесь записью вектора Пойнтинга в гауссовой системе единиц). Может ли быть, что в некоторых точках средний поток равен нулю? Если да, то при каких условиях?

2) [О2-1, 12.5\*, 12.8] Плоский конденсатор, состоящий из двух одинаковых дисков радиуса  $R$ , заряжен и отключён от источника электричества. Между центрами дисков проскакивает искра (происходит пробой конденсатора). Считая разряд квазистационарным и мгновенное значение силы тока равным  $J$ , вычислите напряжённость магнитного поля  $H$  внутри конденсатора в зависимости от расстояния  $r$  от его оси. Найдите полный поток электромагнитной энергии, вытекающей из пространства между обкладками. Как существование такого потока согласуется с законом сохранения энергии? Краевыми эффектами пренебрегите.

3) [О2-1, 12.19] Обкладками плоского воздушного конденсатора являются диски, расположенные на расстоянии  $d$  друг

от друга. Внутри конденсатора находится проволочная прямоугольная рамка, одна сторона которой, длиной  $2b$ , совпадает с осью симметрии конденсатора (схема представлена на Рис. 21). Две другие стороны рамки, параллельные пластинам конденсатора, имеют длину  $2a$  каждая. К обкладкам конденсатора приложено переменное напряжение  $V = V_0 \cos \omega t$ . Найдите силу тока  $J$  в рамке в предположении, что её омическое сопротивление  $R$  велико по сравнению с индуктивным.

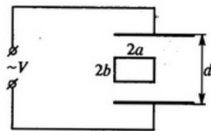


Рис. 21: к задаче [O2-1, 12.19]

**Задание:**

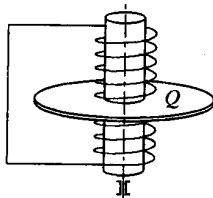


Рис. 22: к задаче [O2-1, 8.51]

9-1) [O2-1, 8.51] К середине длинного сверхпроводящего соленоида радиуса  $r_0 = 2$  см, который может свободно вращаться вокруг своей оси, прикреплено плоское кольцо из изолирующего материала, на которое (вне соленоида) нанесены заряды, суммарное значение которых равно  $Q = 4 \cdot 10^{-6}$  Кл (схема представлена на Рис. 22). Соленоид замкнут накоротку, и в нём циркулирует ток, который создаёт в центре соленоида магнитное поле с индукцией  $B_0 = 10^4$  Гс. После нагрева соленоида ток в нём прекращается, а вся система приходит во вращение. Найдите угловой момент (момент импульса)  $L$  вращающейся системы. Как появление этого углового момента согласуется с законом сохранения углового момента?

9-2) [O2-1, 12.3] Пространство внутри длинного соленоида, состоящего из  $N$  витков проволоки, заполнено однородным веществом с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ . Длина соленоида равна  $l$ , радиус  $R$ . По обмотке соленоида течёт переменный ток  $J = J_0 \cos \omega t$ . Пренебрегая краевыми эффектами, вычислите магнитную и электрическую энергии, локализованные внутри соленоида. Найдите отношение максимальных значений этих энергий для  $R = 5$  см,  $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$  и частоты  $\nu = 100$  Гц.

9-3) [O2-1, 12.4] Заряженный и отключённый от батареи плоский конденсатор медленно разряжается объёмными токами проводимости, возникающими в диэлектрике между обкладками из-за наличия слабой проводимости. Пренебрегая краевыми эффектами, вычислите напряжённость магнитного поля  $H$  внутри конденсатора в зависимости от расстояния  $r$  от его оси.

#### **Дополнительное задание:**

9-4) [O2-1, 12.9, 12.32\*] Плоский конденсатор состоит из двух одинаковых дисков радиуса  $a$ , расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга, и заполнен диэлектриком с проницаемостью  $\epsilon$ . Конденсатор заряжают до напряжения  $V_0$  и отсоединяют от батареи. После этого пластины конденсатора соединяют длинным цилиндрическим проводом, обладающим сопротивлением  $R$  и проходящим вне конденсатора, так что конденсатор начинает разряжаться. Найдите  $J(t)$ , то есть зависимость тока, текущего по проводу, от времени. Вычислите (для мгновенного значения тока  $J$ ) поток электромагнитной энергии, втекающей внутрь провода через его боковую поверхность (докажите, что величина этой втекающей энергии точно равна выделяющемуся джоулевому теплу). Покажите, пренебрегая неоднородностью поля на краях конденсатора, что такой же поток электромагнитной энергии вытекает из конденсатора (через его боковую поверхность). Найдите полную электромагнит-

ную энергию  $W$ , которая вытечет через боковую поверхность конденсатора за всё время его разрядки, и покажите, что она равна начальной энергии конденсатора.

9-5) [O2-1, 12.29] Имеется цилиндрический пучок нерелятивистских электронов радиуса  $R$ . Кинетическая энергия одного электрона  $W$ , концентрация электронов в пучке  $n$ . Найдите величину и направление вектора Пойнтинга внутри и вне пучка. Найдите полные потоки электромагнитной энергии и импульса сквозь круговую площадку радиуса  $2R$  с центром на оси пучка и поперечную к этой оси. Сравните эти потоки с полными потоками механической энергии и механического импульса электронов.

**Неделя 10.** Отражение и преломление электромагнитных волн. Линейная и круговая поляризации.

### Семинар:

1) [O2-2, 2.2] Электромагнитная волна (которая, в частности, может быть светом) падает нормально из вакуума на плоскую поверхность однородной диэлектрической среды. Найдите коэффициенты отражения  $R$  и прохождения  $T$  волны, исходя из условий, связывающих электрические и магнитные поля по обе стороны плоскости, которая разделяет вакуум и диэлектрик (эти условия называют граничными). Как  $R$  и  $T$  связаны с показателем преломления  $n$  диэлектрической среды? Найдите  $R$  и  $T$  для воды,  $n = 1.33$ , и стекла,  $n = 1.5$ .

2) [O2-2, 2.8, 2.11] Естественный (неполяризованный) свет падает наклонно на стекло с показателем преломления  $n = 1.5$ . При каком угле падения (угле между направлением распространения света и нормалью к поверхности стекла) отражённый свет будет полностью поляризованным (этот угол называется углом Брюстера)? Вычислите коэффициенты отражения  $R$  и прохождения  $T$  естественного света при этом угле падения. Найдите степень поляризации  $\Delta = (I_{\perp} - I_{\parallel}) / (I_{\perp} + I_{\parallel})$  преломлённого света для того же угла падения естественного света

(здесь  $I_{\perp}$  – интенсивность прошедшего света, поляризованного в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, а  $I_{\parallel}$  – интенсивность прошедшего света, поляризованного в плоскости падения).

3) [O2-2, 11.13] Некогерентная смесь линейно поляризованного света и света, поляризованного по кругу, проходит через поляроид, пропускающий только линейно поляризованный свет. Найдено положение поляроида, соответствующее максимальной интенсивности прошедшего света. При повороте поляроида вокруг направления распространения света на угол  $\alpha = 30^{\circ}$  интенсивность света уменьшилась на  $p = 20\%$ . Найдите отношение интенсивности света  $J_{\text{к}}$ , поляризованного по кругу, к интенсивности линейно поляризованного света  $J_{\text{л}}$ .

**Задание:**

10-1) [O2-2, 11.1] На пластинку кварца, грани которой параллельны оптической оси, падает плоскополяризованный свет. При какой наименьшей толщине  $d$  пластинки свет, прошедший через пластинку, окажется поляризованным по кругу? Длина волны света  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см, обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кварца  $n_o = 1.5442$  и  $n_e = 1.5533$ .

10-2) [O2-2, 11.16] Некогерентная смесь света, поляризованного по кругу, и естественного света проходит через кристаллическую пластинку в четверть волны и николю (специально изготовленную призму, пропускающую только линейно поляризованный свет). При вращении николя вокруг оси светового пучка установлено, что максимальная интенсивность света, прошедшего через систему, превосходит минимальную интенсивность в  $m = 3$  раза. Найдите отношение интенсивности света  $J_{\text{к}}$ , поляризованного по кругу, к интенсивности естественного света  $J_{\text{е}}$ .

### Дополнительное задание:

10-3) [O2-2, 11.21] Эллиптически поляризованный свет распространяется вдоль оси  $X$  и проходит через пластинку в  $\lambda/4$ , расположенную в плоскости  $YZ$ . При определённой ориентации пластинки свет, прошедший через неё, оказывается линейно поляризованным под углом  $\alpha_1 = 23^\circ$  к оси  $Y$ . Если пластинку повернуть на  $90^\circ$  вокруг оси  $X$ , то прошедший через неё свет снова оказывается линейно поляризованным, но теперь под углом  $\alpha_2 = 83^\circ$  к оси  $Y$ . Найдите отношение  $a/b$  полуосей эллипса поляризации падающего света и угол  $\varphi$  наклона большой оси этого эллипса к оси  $Y$ .

10-4) [И, 4.196] Узкий пучок естественного (неполяризованного) света падает под углом Брюстера на стопу Столетова, состоящую из  $N$  толстых стеклянных пластин (показатель преломления стекла  $n = 1.5$ ). Найдите: (1) степень поляризации  $P$  прошедшего пучка в зависимости от  $N$ ; (2) численные значения  $P$  при  $N = 1, 2, 5$  и  $10$ .

**Неделя 11.** Проводники, плазма, скин-эффект.

### Семинар:

1) [O2-1, 6.37] На расстоянии  $h = 1$  см от плоской поверхности сверхпроводника расположен длинный тонкий провод, параллельный поверхности. По проводу течёт ток  $J = 10$  А. Найдите распределение токов, текущих по поверхности сверхпроводника. Найдите также силу  $f$ , действующую на единицу длины провода. Является ли эта сила притягивающей или отталкивающей?

2) [И, 3.260] В коаксиальном кабеле центральный провод имеет радиус  $a = 0.25$  мм, а внешняя оплётка – радиус  $b = 3$  мм. Вычислите ёмкость  $C' = \Delta C/\Delta x$  и индуктивность  $L' = \Delta L/\Delta x$  единицы длины кабеля (величина  $L'$  вычислялась ранее в задаче 1-1), считая, что ток распределён по поверхности центрального провода. Найдите фазовую скорость распростра-

нения волн по коаксиальному кабелю. Найдите также волновое сопротивление (Ом) кабеля.

3) [O2-1, 12.55] Плоский конденсатор заполнен плазмой со средней концентрацией электронов и ионов  $n_0$  и температурой  $T$ . Расстояние между пластинами конденсатора равно  $a$ , разность потенциалов между пластинами есть  $V$ . Пренебрегая током через плазму и считая  $eV \ll kT$ , определите пространственную зависимость потенциала в плазме между пластинами конденсатора.

**Задание:**

11-1) [O2-1, 6.35] Над плоской поверхностью сверхпроводника на высоте  $h = 5$  мм парит тонкое сверхпроводящее кольцо радиуса  $R = 10$  см, по которому течёт постоянный ток  $J$  (плоскость кольца параллельна поверхности сверхпроводника). Вычислите ток  $J$  (А), если масса кольца  $m = 1$  г.

11-2) Двухпроводная линия образована двумя параллельными металлическими лентами ширины  $a$ , находящимися на расстоянии  $d$  ( $d \ll a$ ) друг от друга. Вычислите ёмкость  $C' = \Delta C / \Delta x$  и индуктивность  $L' = \Delta L / \Delta x$  единицы длины линии. Найдите фазовую скорость распространения волн по этой линии. Найдите также волновое сопротивление линии.

11-3) [O2-1, 12.57] По длинному плазменному цилиндру диаметром  $2R = 10$  см течёт ток  $J = 10^5$  А, сосредоточенный в поверхностном слое. Давление в плазме  $P = 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. Найдите давление  $P_0$  на боковую поверхность плазменного цилиндра, возникающее под действием тока. Сжимается плазма или расширяется? Найдите величину тока, необходимую для того, чтобы радиальные силы уравновесились.

**Дополнительное задание:**

11-4) [И, 3.260] В коаксиальном кабеле центральный провод имеет радиус  $a = 0.25$  мм, а внешняя оплётка – радиус  $b = 3$  мм. Вычислите ёмкость единицы длины кабеля  $C' = \Delta C / \Delta x$ . Вычислите индуктивность единицы длины кабеля  $L' = \Delta L / \Delta x$ ,

воспользовавшись энергетическим методом, в двух приближениях: (1) ток равномерно распределён по сечению центрального провода (частота тока мала, поэтому скин-эффект несущественен); (2) ток распределён по поверхности центрального провода (частота тока так велика, что толщина скин-слоя мала по сравнению с радиусом  $a$ ). Найдите фазовую скорость распространения волн по коаксиальному кабелю. Отличается ли эта скорость от скорости света и, если да, то на сколько процентов? Найдите также волновое сопротивление (Ом) кабеля.

**Неделя 12.** Дисперсия электромагнитных волн.

**Семинар:**

1) [O2-2, 10.5 (2,3,5)] Вычислите групповую скорость  $u$  волн, распространяющихся в средах с различными законами дисперсии ( $v$  – фазовая скорость): (а)  $v = a\sqrt{\lambda}$  (здесь и далее  $a$  – постоянная величина) – волны на поверхности воды, вызываемые силой тяжести (гравитационные волны); (б)  $v = a/\sqrt{\lambda}$  – волны на поверхности воды, вызываемые поверхностным натяжением (капиллярные волны); (в)  $v = \sqrt{c^2 + a^2\lambda^2}$  – электромагнитные волны в ионосфере ( $c$  – скорость света в вакууме,  $\lambda$  – длина волны в среде).

2) [O2-2, 10.21] Импульсное излучение пульсара на частоте  $\nu_1 = 80$  МГц достигает Земли на  $\Delta t = 7$  сек позже, чем соответствующий импульс на частоте  $\nu_2 = 2000$  МГц. Оцените расстояние  $L$  (в световых годах) до пульсара, приняв среднюю концентрацию электронов в межзвёздном пространстве равной  $N = 0.05$  см $^{-3}$ .

3) [O2-2, 10.24] Плёнка серебра прозрачна для ультрафиолета, начиная с энергии  $\varepsilon = 5$  эВ. Найдите число свободных электронов на атом Ag. Относительная атомная масса серебра равна  $A = 108$ , плотность серебра  $\rho = 10.5$  г/см $^3$ .



### Задание:

12-1) [O2-2, 10.5 (1,4,6)] Вычислите групповую скорость  $u$  волн, распространяющихся в средах с различными законами дисперсии ( $v$  – фазовая скорость): (а)  $v = a$  (здесь и далее  $a$  – постоянная величина) – недиспергирующая среда, например, звуковые волны в воздухе; (б)  $v = a/\lambda$  – поперечные волны, бегущие по длинному стержню; (в)  $v = c\omega/\sqrt{\varepsilon\mu\omega^2 - a^2c^2}$  – электромагнитные волны в прямолинейном волноводе, заполненном диспергирующей средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega)$  и магнитной проницаемостью  $\mu(\omega)$  ( $c$  – скорость света в вакууме, постоянная  $a$  зависит в данном случае от размеров и формы поперечного сечения волновода).

12-2) [O2-2, 10.8] Показатель преломления  $n$  рентгеновского излучения с частотой  $\omega$  в среде определяется формулой  $n^2 = 1 - \omega_0^2/\omega^2$ , где  $\omega_0$  – постоянная. Найдите предельный угол падения  $\alpha$  рентгеновского излучения из воздуха на среду, за которым имеет место явление полного внутреннего отражения. Выразите групповую скорость  $u$  рентгеновского излучения в среде через скорость  $c$  распространения излучения в вакууме и угол  $\alpha$ .

12-3) [O2-2, 10.18\*] Показатель преломления ионосферы для радиоволн с частотой  $\nu = 10$  МГц равен  $n = 0.90$ . Найдите концентрацию  $N$  электронов в ионосфере, а также фазовую  $v$  и групповую  $u$  скорости распространения радиоволн с указанной частотой в ионосфере.

### Дополнительное задание:

12-4) [O2-2, 10.38] Линейно поляризованный импульс квазимонохроматического излучения проходит через электрооптическую ячейку Погкельса длиной  $l = 10$  см. Показатель преломления ячейки увеличивают по закону  $n(t) = n_0 + at$ . Как изменится длительность импульса и его средняя частота после прохождения через ячейку, если  $a = 3 \cdot 10^8$  сек $^{-1}$ ?

## Неделя 13. Волноводы.

### Семинар:

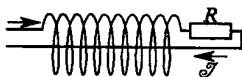


Рис. 23: к задаче [O2-1, 12.27]

1) [O2-1, 12.25, 12.27] Постоянный ток  $J$  течёт по обмотке длинной катушки радиусом  $r_2$  с плотностью витков  $n$  [см<sup>-1</sup>], проходит через резистор сопротивлением  $R$  и возвращается по прямому проводу радиуса  $r_1$  вдоль оси катушки (схема представлена на Рис. 23). Пренебрегая сопротивлением катушки и провода, найдите продольную  $S_z$  (ось  $z$  – это ось катушки) и поперечную  $S_\varphi$  составляющие вектора Пойнтинга внутри катушки вдали от её торцов. Вычислите поток электромагнитной энергии через сечение катушки и покажите, что эта энергия точно равна джоулевому теплу, выделяющемуся на резисторе. Обсудите, что изменится, если катушку с проходящим вдоль её оси проводом заменить на коаксиальный кабель. Обсудите также, каким будет направление потока электромагнитной энергии, если по коаксиальному кабелю пустить не постоянный, а переменный ток.

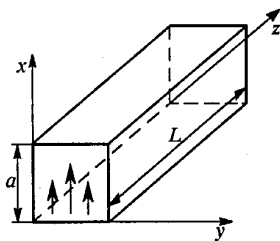


Рис. 24: к задаче [O2-1, 12.46]

2) [O2-1, 12.46] Поперечное сечение волновода с металлическими стенками имеет форму квадрата со стороной  $a = 5$  см. Оси  $x$  и  $y$  направлены вдоль сторон квадрата, а ось  $z$  – вдоль

волновода. В волноводе возбуждаются колебания электрического поля  $E_x = E_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$  с частотой  $\nu_0 = 2998$  МГц (схема представлена на Рис. 24). При какой минимальной частоте амплитудной модуляции  $\nu_{min}$  в волноводе возникнет бегущая волна? Чему равна фазовая скорость волны при частоте модуляции  $\nu = 3$  МГц?

3) [O2-1, 12.52] Мощный СВЧ генератор через волновод питает нагрузку, посылая в волновод мощность  $N_0 = 100$  кВт. Часть этой мощности поглощается в нагрузке ( $N_H = 75$  кВт, а часть отражается. В результате в волноводе возникает суперпозиция прямой и отражённой волн, распространяющихся во встречных направлениях. Найдите коэффициент стоячей волны в волноводе, то есть отношение максимальной напряжённости поля (в пучности) к минимальной (в узле).

### Задание:

13-1) [O2-1, 12.50] В волноводе квадратного сечения (сторона квадрата равна  $a$ ) с идеально проводящими стенками и вакуумным наполнением возбуждена бегущая электромагнитная ТЕ-волна с минимальной частотой при заданном волновом числе  $k_z$ . Ось  $z$  направлена вдоль волновода, вектор  $\vec{E}$  параллелен оси  $x$ , амплитуда поля равна  $E_0$ . Найдите вектор Пойнтинга  $\vec{S}(x, y, z, t)$  как функцию координат и времени.

13-2) [O2-1, 12.54\*] Через волновод прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$  ( $a < b$ ) распространяется волна низшего типа (то есть  $H_{01}$ ), возбуждаемая генератором микроволнового излучения с частотой  $\omega_0$ . Вследствие ионизации воздуха, оставшегося в волноводе после его вакуумирования, в нём образуется плазма. В результате длина волны в волноводе удваивается. Определите по этим условиям концентрацию электронов в образовавшейся плазме.

### Дополнительное задание:

13-3) [O2-1, 12.51] Мощный СВЧ генератор через волновод питает передающую антенну. Генератор посылает в волновод

мощность  $N_0 = 100$  кВт, которая частично излучается антенной в окружающее пространство, а частично отражается и поглощается в специальных нагрузках обратной волны. В результате в волноводе возникает суперпозиция прямой и отражённой волн, распространяющихся во встречных направлениях. Найдите мощность  $N_{\text{изл}}$ , излучаемую антенной, если известно, что коэффициент стоячей волны в волноводе, то есть отношение максимальной напряжённости поля (в пучности) к минимальной (в узле) равно  $k = 2$ .

**Неделя 14. Резонаторы.**

**Семинар:**

1) [О2-1, 12.43\*] Отрезок коаксиального кабеля длиной  $l = 14$  м подключён ко входу усилителя с очень высоким входным сопротивлением. Другой конец кабеля замкнут накоротко. Межпроводное пространство кабеля заполнено диэлектриком ( $\varepsilon = 2$ ), который характеризуется малой удельной проводимостью  $\lambda = 10^{-6} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} \simeq 9 \cdot 10^3$  ед. СГСЭ. Найдите наименьшую резонансную частоту  $\nu_{\text{min}}$  и добротность  $Q$  контура, эквивалентного отрезку данного кабеля, считая, что потери связаны только с проводимостью диэлектрика.

2) [О2-1, 12.49] Прямоугольный сверхпроводящий резонатор высотой  $h = 3$  см имеет в горизонтальном сечении форму квадрата со стороной  $a = 10$  см. Изнутри резонатор покрыт сверхпроводником, критическое магнитное поле  $H_c$  которого в условиях опыта равно 1 кЭ. Во избежания пробоя напряжённость  $E$  электрического поля всюду должна быть не больше  $E_0 = 30$  кВ/см. Измеренная на низшей частоте добротность резонатора оказалась равной  $Q = 10^6$ . Какую мощность  $N$  можно подводить непрерывно к резонатору на этой частоте, чтобы поддерживать колебания с максимально допустимой амплитудой?

3) В резонаторе, представляющем собой прямоугольный параллелепипед с ребрами  $L_x$ ,  $L_y$  и  $L_z$  (вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , со-

ответственно),  $x$ -составляющие электрического и магнитного полей определяются формулами:

$$E_x(x, y, z, t) = E_{0x} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \sin(\omega t),$$

$$B_x(x, y, z, t) = B_{0x} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z) \cos(\omega t).$$

Запишите по аналогии составляющие  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $B_y$  и  $B_z$ . Удостоверьтесь в том, что граничные условия для полей  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  выполняются на всех стенках резонатора. Докажите, что постоянные векторы  $\vec{E}_0$  и  $\vec{B}_0$  могут быть выбраны так, что поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  всюду внутри параллелепипеда удовлетворяют всем четырем уравнениям Максвелла (воспользуйтесь их записью в гауссовой системе единиц). Выразите вектор  $\vec{B}_0$  через векторы  $\vec{k}$  и  $\vec{E}_0$ . Как связаны между собой волновой вектор  $\vec{k}$  и частота волны  $\omega$ ?

Вычислите, сколько независимых мод  $\Delta N$  электромагнитного поля в рассмотренном резонаторе приходится на малый интервал частот от  $\omega$  до  $\omega + \Delta\omega$ . Модой называется решение уравнений Максвелла, отвечающее бегущей или стоячей волне, которая характеризуется определенным волновым вектором и определенной поляризацией.

**Задание:**

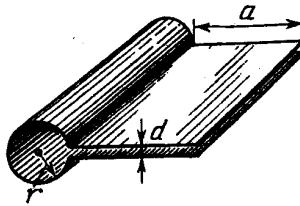


Рис. 25: к задаче [И, 3.120]

14-1) [И, 3.120] Имеется плоский конденсатор шириной  $a$ , длиной  $b$ , расстояние между пластинами равно  $d$  ( $d \ll a, b$ ). Сбоку к этому конденсатору (вдоль стороны  $b$ ) приладили цилиндр длиной  $b$ , радиусом  $r$  с прорезью по всей длине шириной

$d$  ( $d \ll r \ll b$ ) так, что цилиндр соединяет друг с другом верхнюю и нижнюю пластины конденсатора (схема представлена на Рис. 25). Рассматривая получившуюся систему как резонатор, плоская часть которого является конденсатором, а цилиндрическая – индуктивностью, найдите его собственную частоту  $\omega_0$ .

14-3) [O2-1, 12.44\*] Торцы отрезка волновода сечением  $a \times b = 10 \times 22$  мм<sup>2</sup> и длиной  $l = 100$  мм запаяны. Волновод заполнен диэлектрической средой ( $\varepsilon = 2$ ), обладающей слабой удельной проводимостью  $\lambda = 10^{-7}$  Ом<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>  $\simeq 900$  ед. СГСЭ. Найдите добротность  $Q$  полученного СВЧ резонатора для самой низкой возможной резонансной частоты  $\nu_{min}$ , считая, что потери связаны только с проводимостью диэлектрика.

14-4) [O2-1, 12.47] В резонаторе, который представляет собой кубик со стороной  $a$  с идеально проводящими стенками и вакуумным наполнением, возбуждена основная мода электромагнитных колебаний. Электрическое поле с амплитудой  $E_0$  направлено по оси  $z$ . Найдите вектор Пойнтинга  $\vec{S}(x, y, z, t)$  как функцию координат и времени.