

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Московский физико-технический институт
(государственный университет)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

Ю.А. Самарский

___ декабря 2009 г.

ПРОГРАММА

по курсу: ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ И
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

по направлению: 511600

факультет: ФНБИК

кафедра: физики и физического материаловедения

курс: 2

семестр: 4

лекции: 32 часа

практические (семинарские) занятия: 32 часа

лабораторные занятия: 64 часа

самостоятельная работа: 4 часа в неделю

экзамен: 4 семестр

зачет: нет

ВСЕГО ЧАСОВ: 128

Программу и задание составили:

д.ф.-м.н., доцент Барабанов Алексей Леонидович

к.ф.-м.н. Ситников Михаил Геннадиевич

Программа утверждена на заседании кафедры физики и
физического материаловедения ___ декабря 2009 года

Заведующий кафедрой

В.Г. Вакс

Согласовано:

Заведующий кафедрой общей физики

А.Д. Гладун

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1. *Корпускулярные свойства электромагнитных волн.* Квантование энергии мод теплового излучения. Распределение Планка. Закон смещения Вина. Энергия и импульс кванта электромагнитного поля (фотона). Фотоэффект и эффект Комптона. Давление теплового излучения.
[С4] Гл. 10, §§ 112, 116-118; [С5] Гл. 1, §§ 1-3, 8; [БЗЦ, Часть 4] Гл. 1, 2; [Л] Гл. 32-34; Гл. 36, §§ 194, 200, 201; [АН] Л. 4, 9; [СББ] Гл. 16.
2. *Тепловое излучение и фотометрия.* Излучательная и поглощательная способности веществ, закон Кирхгофа. Тепловое излучение абсолютно чёрного тела – спектр и энергетическая светимость. Закон Стефана–Больцмана. Световой поток, сила света, яркость, светимость, освещённость.
[С4] Гл. 2, §§ 21, 22; Гл. 10, §§ 113, 115; [БЗЦ, Часть 5] Гл. 6, §§ 6.1, 6.2; [Л] Гл. 3; Гл. 36, §§ 196-199; Гл. 37; [АН] Л. 3, 9; [СББ] Гл. 4, 16.
3. *Волновые свойства частиц.* Волновая функция, её статистическая интерпретация. Волна де Бройля – волновая функция свободной частицы. Длина волны де Бройля для электронов и нейтронов. Уравнение Шредингера. Плотность тока вероятности. Стационарные состояния. Рассеяние на барьере-ступеньке (на скачке потенциала). Вероятности отражения и прохождения. Аналогии с преломлением электромагнитной волны на границе двух диэлектрических сред.
[С5] Гл. 3, §§ 17, 19; Гл. 4, §§ 21, 28; [БЗЦ, Часть 4] Гл. 3, §§ 3.1, 3.2; Гл. 4, §§ 4.1, 4.2; [Ф1] Гл. 37, 38.

4. *Дискретные состояния связанных микрочастиц.* Квантовое движение частицы в потенциальной яме. Правило Бора-Зоммерфельда. Соотношение неопределённостей "импульс-координата". Спектр линейного гармонического осциллятора. Модель Бора-Зоммерфельда для атома водорода. Спектр атома водорода, формула Бальмера. Опыты Франка и Герца.

[С5] Гл. 2, §§ 11-14; Гл. 4, §§ 22-27; [БЗЦ, Часть 4] Гл. 5; [Л] Гл. 38, §§ 205, 207, 208.

5. *Туннельный эффект.* Вероятность прохождения частицы сквозь потенциальный барьер (туннельный эффект). Альфа-распад и закон Гейгера-Неттола.

[С5] Гл. 4, §§ 28, 29; Гл. 9, §§ 71-73; [БЗЦ, Часть 4] Гл. 4, § 4.3; Гл. 10, § 10.3.

6. *Пространственная и временная когерентность волн.* Статистическая природа "обычного" света и "обычного" потока частиц. Квазимонохроматические волны – волновые пакеты. Длина пространственной когерентности и время когерентности квазимонохроматической волны. Соотношение неопределённостей "частота-время" и "импульс-координата". Групповая скорость волны (волнового пакета). Лазеры как источники когерентного светового излучения.

[С4] Гл. 3, §§ 29-31; [С5] Гл. 3, § 20; [КЛО, Часть 3] Гл. 7, §§ 7.1, 7.3, 7.4, 7.6; Гл. 9, § 9.1; [БЗЦ, Часть 4] Гл. 3, § 3.3; [Л] Гл. 2, §§ 3, 4; Гл. 4, §§ 11, 12, 21, 22; Гл. 16, § 106; [АН] Л. 1, 12, Д. 4; [СБВ] Гл. 5; [Г] Гл. 10, 11; [МЧ] Гл. 11, 12.

7. *Интерференция квазимонохроматических волн.* Интерференционные опыты и схемы. Интерференция монохроматических волн, ширина интерференционных полос.

Максимальная разность хода в интерференционных опытах с квазимонохроматическими волнами. Интерференционные явления для волн, испускаемых протяжёнными источниками. Пространственная когерентность. "Ширина" ("радиус") пространственной когерентности.

[С4] Гл. 3, §§ 26-28, 33-35, 37; Гл. 4, § 60; Гл. 5, § 67; [КЛО, Часть 3] Гл. 7, §§ 7.2, 7.5, 7.7, 7.8; [Л] Гл. 4, §§ 13-21; Гл. 6, 7, §§ 25-29, 31, 32; Гл. 9, §§ 44, 45; [АН] Л. 11, 12; [СББ] Гл. 5, 6; [МЧ] Гл. 14; [Ф1] Гл. 29.

8. *Дифракция Френеля*. Принцип Гюйгенса—Френеля. Дифракционные задачи с осевой симметрией. Спираль Френеля и зоны Френеля. Зонные пластинки. Линза как дифракционный прибор. Дифракция Френеля на щели. Зоны Шустера. Интегралы Френеля. Спираль Корню.

[С4] Гл. 4, §§ 39-43; [КЛО, Часть 3] Гл. 8, §§ 8.4-8.7; [Л] Гл. 8, §§ 33-38; [АН] Л. 13, 14, Д. 12; [СББ] Гл. 7; [Г] Гл. 9; [МЧ] Гл. 15; [Ф1] Гл. 30.

9. *Дифракция Фраунгофера*. Критерий подобия дифракционных задач. Волновой параметр и число Френеля. Различие между дифракцией Френеля и дифракцией Фраунгофера. Границы применимости геометрической оптики. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии и на щели. Дифракционный предел разрешения оптических инструментов.

[С4] Гл. 2, §§ 23, 24; Гл. 4, §§ 44, 45, 56; [КЛО, Часть 3] Гл. 8, §§ 8.3, 8.8, 8.10; [Л] Гл. 9, §§ 39-42; Гл. 14, §§ 87-93; Гл. 15, §§ 96, 97; [АН] Л. 15, 17; [СББ] Гл. 8; [Г] Гл. 9; [МЧ] Гл. 15; [Ф1] Гл. 30.

10. *Спектральные приборы*. Дифракционная решетка, интерферометр Фабри—Перо, призма. Характеристики спектральных приборов: разрешающая способность, область

дисперсии. Дифракционный предел разрешения спектральных приборов.

[С4] Гл. 3, § 36; Гл. 4, §§ 46, 47, 49, 50; [КЛО, Часть 3] Гл. 7, § 7.6; Гл. 8, § 8.9; [Л] Гл. 7, § 30; Гл. 9, §§ 46, 47, 50, 51; Гл. 10, § 52; [АН] Л. 11, 16, 17; [СББ] Гл. 9; [МЧ] Гл. 16; [Ф1] Гл. 30.

11. *Элементы нелинейной оптики. Дифракция на кристаллах.* Нелинейная поляризация среды. Генерация второй гармоники. Самофокусировка. Дифракция рентгеновских волн и волн де Бройля (электронов и нейтронов) на кристаллах. Условие Брэгга—Вульфа.

[С4] Гл. 4, § 61; Гл. 11, §§ 123-125; [С5] Гл. 3, § 18; [КЛО, Часть 3] Гл. 11, §§ 11.1-11.4; [БЗЦ, Часть 4] Гл. 3, § 3.1; [Л] Гл. 10, §§ 54, 55; Гл. 19, §§ 114-118; Гл. 41, §§ 232, 233, 236; [АН] Л. 16, 22, 23; [СББ] Гл. 18; [МЧ] Гл. 23.

12. *Метод Релея в задачах дифракции.* Волновое поле как суперпозиция плоских волн разных направлений (пространственное фурье-разложение). Пространственная частота, пространственный спектр. Передаточная функция свободного пространства. Пространственное фурье-преобразование, осуществляемое линзой. Дифракция на синусоидальных решетках. Теория Аббе формирования оптического изображения. Явление саморепродукции.

[С4] Гл. 4, §§ 52, 53, 57, 59; [КЛО, Часть 3] Гл. 8, §§ 8.1, 8.2, 8.10; [Л] Гл. 9, § 48; Гл. 15, § 99; [АН] Л. 16, 17; [СББ] Гл. 8, 9; [МЧ] Гл. 17.

13. *Голография.* Принципы голографии. Голограмма Габора. Голограмма с наклонным опорным пучком. Действительные и мнимые изображения. Разрешающая способность голограмм. Понятие об объёмных голограммах Денисюка.

[С4] Гл. 4, § 54; [КЛО, Часть 3] Гл. 8, §§ 8.11-8.15; [Л] Гл. 5; Гл. 11, §§ 57-60, 62-67; [АН] Л. 17; [СББ] Гл. 9; [МЧ] Гл. 17.

14. *Поляризационные явления и элементы кристаллооптики.* Линейная, круговая и эллиптическая поляризация плоской электромагнитной волны. Затухание волны в среде. Электромагнитные волны в анизотропных средах. Одноосные кристаллы. Поляроиды. Закон Малюса. Двойное лучепреломление и поляризационные призмы. Пластины $\lambda/4$ и $\lambda/2$. Интерференция поляризованных волн.
- [С4] Гл. 5, § 66; Гл. 7, §§ 75-79; Гл. 8, § 90; [КЛО, Часть 3] Гл. 6, § 6.2; Гл. 10, §§ 10.1-10.5; [Л] Гл. 2, §§ 6, 18; Гл. 16-18, §§ 101-112; Гл. 26-27, §§ 142-153; [АН] Л. 2, 21; [СББ] Гл. 1, 10, 12; [Г] Гл. 7, 8; [Ф1] Гл. 33.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. [С4] *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.4. Оптика. -- Москва, Наука, 1980.
2. [С5] *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.5. Атомная и ядерная физика. — Москва, Физматлит, Изд-во МФТИ, 2002 (2-е изд. стереотип.).
3. [КЛО] *Кингсеп А.С., Ложкин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 1. Часть 1: Механика. Часть 2: Электричество и магнетизм. Часть 3: Физика колебаний и волн. Волновая оптика. / Под ред. А.С. Кингсеп. -- Москва, Физматлит, 2001.
4. [БЗЦ] *Белонучкин В.Е., Зайкин Д.А., Ципенюк Ю.М.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 2. Часть 4: Квантовая физика атома, ядра и элементарных частиц. Часть 5: Статистическая физика и термодинамика. / Под ред. Ю.М. Ципенюка. — Москва, Физматлит, 2001.

5. [Л] *Ландсберг Г.С.* Оптика -- Москва, Наука, 1976 (5-е изд.).
6. [О2] *Козел С.М., Лейман В.Г., Локшин Г.Р., Овчинкин В.А., Прут Э.В.* Сборник задач по общему курсу физики. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика. / Под ред. В.А. Овчинкина. — Москва, Изд-во МФТИ, 2000.
7. [О3] *Овчинкин В.А., Раевский А.О., Ципенюк Ю.М.* Сборник задач по общему курсу физики. Ч. 3. Атомная и ядерная физика. Строение вещества. / Под ред. В.А. Овчинкина. -- Москва, Изд-во МФТИ, 2001.

Дополнительная литература

1. [АН] *Ахманов С.А., Никитин С.Ю.* Физическая оптика. — Москва, Наука, 2004 (2-е изд.).
2. [СББ] *Стафеев С.К., Боярский К.К., Башнина Г.Л.* Основы оптики. -- Санкт-Петербург, Питер, 2006.
3. [Г] *Горелик Г.С.* Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. -- Москва, Физматлит, 1959, 2007.
4. [МЧ] *Мешков И.Н., Чириков Б.В.* Электромагнитное поле, в 2-х частях. — Новосибирск, Наука, 1987.
5. [Ф1] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. 1, Вып.3 (Излучение, волны, кванты). — Москва, Мир, 1977.
6. [И] *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. — Москва, НТЦ ВЛАДИС, 1997.

**ЗАДАНИЕ ПО ОСНОВАМ КВАНТОВОЙ
ФИЗИКИ И ВОЛНОВОЙ ОПТИКЕ**
для студентов 2-го курса на весенний семестр
2009/2010 учебного года

Пояснение: Всюду, где возможно, приведены ссылки на номера задач в сборниках [O2] (по теме "Оптика"), [И] и [O3] ([O3-1] – это тема "Атомная и ядерная физика", а [O3-2] – это тема "Строение вещества") для того, чтобы результаты могли быть (при необходимости) сверены с ответами. Формулировки некоторых задач изменены, в ряде случаев поставлены дополнительные вопросы. Решения задач, входящих в задание, должны быть своевременно представлены преподавателю в отдельной тетради.

Неделя 1. Электромагнитные волны и фотоны.

1-1) [O3-1, 1.8] Найдите напряжение V на рентгеновской трубке, если известно, что в излучаемом ею сплошном спектре нет длин волн, меньших $\lambda_0 = 0.02$ нм.

1-2) [O3-1, 1.11] Уединённый цинковый шарик облучается ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 250$ нм. Работа выхода электрона для цинка $A = 3.74$ эВ. Найдите электрический потенциал шарика.

1-3) [O3-1, 1.23] Фотон рентгеновского излучения с длиной волны λ рассеивается на свободном, первоначально покоящемся электроне и отклоняется от первоначального направления на угол θ . Найдите длину волны λ' рассеянного излучения. Найдите также кинетическую энергию ε и импульс p электрона отдачи. Для случая, когда $\lambda = 0.02$ нм и $\theta = \pi/2$, найдите численные значения λ' , ε (эВ) и p (эВ/с, c – скорость света).

1-4) [O3-1, 1.29] Фотон ($\lambda_0 = 662$ нм) рассеивается на электроне, первоначально двигавшемся перпендикулярно направлению движения фотона, и отклоняется на угол $\theta = 60^\circ$. Найдите начальный импульс электрона p (эВ/с), если известно, что длина волны λ_0 после рассеяния не изменилась.

1-5) [ОЗ-1, 1.31] Фотон рассеивается на покоящемся протоне. Энергия рассеянного фотона равна кинетической энергии протона отдачи, а угол разлёта между рассеянным фотоном и протоном отдачи равен $\varphi = 90^0$. Найдите энергию ε_γ (эВ) падающего фотона.

1-6) [ОЗ-1, 1.35] Фотон от рубинового лазера ($\lambda = 694.3$ нм) испытывает лобовое соударение с электроном, имеющим кинетическую энергию T ($T = 450$ МэВ в накопительном кольце "Сибирь-1" и $T = 2.5$ ГэВ в накопительном кольце "Сибирь-2" в Курчатовском центре синхротронного излучения). Оцените энергию ε_γ (эВ) фотона (и соответствующую длину волны λ'), образующегося в результате "обратного комптон-эффекта", то есть при рассеянии фотона точно назад, на угол $\theta = 180^0$.

1-7) [О2-2, 2.43] Лазер на рубине излучает в импульсе длительностью $\tau = 0.5$ мсек энергию $\varepsilon = 1$ Дж в виде почти параллельного пучка с сечением $S = 1$ см². Рабочая длина волны лазера $\lambda = 694.3$ нм. Найдите: (1) давление (атм) сфокусированного пучка света на полностью отражающую площадку, перпендикулярную пучку; (2) давление (атм) света на полностью отражающую площадку, перпендикулярную пучку, при максимально возможно концентрации светового пучка (то есть при фокусировке пучка в область с площадью поперечного сечения порядка λ^2); (3) напряжённость электрического поля E в области максимально возможной концентрации светового пучка (дотягивает ли эта напряжённость до значений $10^8 - 10^9$ В/см напряженности электрического поля в атомах?). Считайте, что энергия, излучаемая лазером, равномерно распределена по длине импульса.

Неделя 2. Тепловое излучение и фотометрия.

2-1) [ОЗ-2, 1.29*] В пустом пространстве находится железная пластина, одна поверхность которой абсолютно "чёрная", а другая – идеально отражающая. В начальный момент пластина покоится, и её температура равна $T = 10^3$ К. До какой

максимальной скорости v_{\max} может разогнаться пластина при остывании? В соответствии с законом Дюлонга и Пти примите, что теплоёмкость одного моля атомов пластины равна $3R$, где R – универсальная газовая постоянная.

2-2) [ОЗ-2, 1.44] Поверхность некоторого тела приготовлена таким образом, что коэффициент поглощения электромагнитного излучения $A = 1$ для частот $\omega \leq \omega_0$ и $A = 0$ при $\omega > \omega_0$. Это тело помещено в вакуум и в отсутствие других источников излучения нагревается за счёт внутреннего источника энергии до температуры T . Найдите эту температуру, если известно, что для такого же тела с абсолютно чёрной поверхностью в тех же условиях равновесная температура есть $T' = 300$ К. Граничная частота соответствует температуре $\theta = \hbar\omega_0/k_B = 300$ К.

2-3) [ОЗ-2, 1.1*, 1.63] Оцените давление электромагнитного излучения в центре ядерной урановой бомбы в момент её взрыва, предполагая, что излучение – равновесное, а температура внутри бомбы $k_B T = 10$ кэВ. Каково отношение этого давления к газокинетическому давлению испарившегося вещества? Плотность урана $\rho = 18.7$ г/см³.

2-4) [И, 4.7] Над центром круглого стола радиуса $R = 1.0$ м подвешен небольшой светильник в виде плоского горизонтального диска площади $S = 100$ см². Яркость светильника не зависит от направления и равна $B = 1.6 \cdot 10^4$ кд/м². На какой высоте h от поверхности стола нужно подвесить светильник, чтобы освещённость крайних точек стола была максимальной? Найдите эту освещённость E_m .

2-5) [О2, 1.47, 1.48] Примем, что небо представляет собой ламбертовский источник с яркостью B . Найдите освещённость E небольшой площадки на Земле, считая небо: (1) бесконечной плоскостью, находящейся на высоте H над Землёй; (2) полусферой радиуса R с центром на площадке. Докажите, что в обоих случаях небо с площадки на Земле выглядит одинаково.

2-6) [О2, 1.51] При нормальном падении солнечных лучей на

поверхность Земли освещённость этой поверхности примерно равна $E = 10^5$ лк. Считая, что Солнце представляет собой ламбертовский источник и пренебрегая поглощением света в атмосфере, определите яркость Солнца. Известно, что радиус орбиты Земли $R = 1.5 \cdot 10^8$ км, а диаметр Солнца $D = 1.4 \cdot 10^6$ км.

2-7) [O2, 1.52] Найдите освещённость поверхности Земли у экватора светом, отражённым Луной в полночь в полнолуние. Примите, что Солнце представляет собой ламбертовский источник, а Луна – ламбертовский отражатель. Яркость Солнца $B_C = 1.5 \cdot 10^9$ кд/м², радиус Солнца $R_C = 7 \cdot 10^8$ м, расстояние от Солнца до Земли (и до Луны) $L_0 = 1.5 \cdot 10^{11}$ м, расстояние от Луны до Земли $L_1 = 3.8 \cdot 10^8$ м, радиус Луны $R_1 = 1.7 \cdot 10^6$ м. Коэффициент отражения лунной поверхности $k = 0.07$ (7%).

Неделя 3. Волновые свойства частиц. Потенциальные барьеры.

3-1) [O3-1, 3.25*] Частица с массой m и энергией E_0 движется свободно вдоль оси x и в области $x > 0$ попадает в область действия потенциала $U > 0$ (схема представлена на рис. 26 сборника задач [O3]). Найдите вероятности R и T отражения частицы от скачка потенциала и прохождения частицы через скачок потенциала. В случае $E_0 < U$ найдите характерную глубину l проникновения частицы в классически запрещённую область.

3-2) [O3-1, 2.6] Электроны движутся в вакууме с энергией E_0 и падают на плоскую поверхность металла под углом α (α – угол между направлением движения электронов в вакууме и нормалью к поверхности). Работа выхода электронов из металла равна A . Найдите угол γ между направлением движения электронов в металле и нормалью к поверхности и показатель преломления $n = \sin \alpha / \sin \gamma$, полагая, что (1) движение электронов описывается классической механикой; (2) движение электронов описывается квантовой механикой. Покажите, что, как и в случае электромагнитных волн, длины волн де

Бройля в вакууме λ_0 и в металле (среде) λ связаны условием: $\lambda = \lambda_0/n$. Найдите в тех же предположениях (1) и (2) вероятности отражения R и прохождения T электронов через границу раздела вакуум-металл (выразите R и T через E_0 , A и α).

3-3) [ОЗ-1, 3.32] Найдите энергию электрона, при которой он беспрепятственно (с вероятностью прохождения, равной единице) пройдёт над прямоугольным барьером высотой $U = 5$ эВ и шириной $l = 1$ А (0.1 нм). Найдите де бройлевскую длину волны этого электрона в области над барьером.

3-4) [ОЗ-1, 3.33] В 1920 году Рамзауэр обнаружил, что в сечении рассеяния медленных электронов на атомах криптона имеется глубокий минимум при энергии $E = 0.6$ эВ (другими словами, электроны с указанной энергией с высокой вероятностью проходят сквозь атомы криптона так, будто атомов на их пути нет). Этот эффект (эффект Рамзауэра) обусловлен волновыми свойствами электронов. Покажите, что электрон, движущийся вдоль оси x , может беспрепятственно (с вероятностью прохождения, равной единице) пройти над прямоугольной потенциальной ямой. Представив атом криптона прямоугольной потенциальной ямой глубиной $U = 2.5$ эВ, оцените длину этой ямы (диаметр атома криптона).

Неделя 4. Потенциальные ямы и квантование уровней.

4-1) [ОЗ-1, 2.43*] Пользуясь соотношением неопределённостей "координата-импульс", оцените: (1) радиус атома водорода и энергию связи электрона в основном состоянии атома; (2) размер двухатомной молекулы и её энергию в основном состоянии, рассматривая молекулу как одномерный гармонический осциллятор с собственной частотой ω и приведённой массой μ .

4-2) [ОЗ-1, 3.4] Волновая функция частицы с массой m , движущейся в одномерном потенциале $U(x)$, имеет вид:

$$\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-x/a}, & \text{при } x > 0, \\ 0, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Найдите $U(x)$ при $x > 0$ и полную энергию E частицы, если известно, что $U(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$. Найдите среднее значение координаты $\langle x \rangle$ и среднеквадратичную неопределённость координаты $\langle (\Delta x)^2 \rangle \equiv \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$. Оцените, пользуясь соотношением неопределённости ($\langle (\Delta x)^2 \rangle \langle (\Delta p)^2 \rangle \geq \hbar^2/4$), среднюю кинетическую энергию частицы $\langle K \rangle$, и сравните её с результатом вычисления по формуле: $\langle K \rangle = E - \langle U \rangle$.

4-3) [ОЗ-1, 3.15] Нейтрон движется со скоростью $v_0 = 25$ см/сек и попадает в широкую плоскую щель (между двумя плитами) с абсолютно отражающими стенками (схема представлена на рис. 21 сборника задач [ОЗ]). Длина щели $l = 1$ см, высота (зазор между плитами) $d = 10^{-4}$ см. Сколько времени нейтрон будет находиться внутри щели?

4-4) [ОЗ-1, 3.23] Электрон находится в связанном состоянии в одномерной потенциальной яме вида:

$$U(x) = \begin{cases} +\infty, & \text{при } x < 0, \\ -U_0, & \text{при } 0 < x < a, \\ 0, & \text{при } x > 0, \end{cases}$$

где $a = 2 \text{ \AA}$ (0.2 нм). Это связанное состояние является единственным в этой яме. Считая известным, что отношение волновой функции на границе ямы ($x = a$) к её максимальному значению в яме равно $b = \sqrt{3}/2$, найдите глубину ямы U_0 и энергию ионизации ε электрона (в эВ).

4-5) [ОЗ-1, 3.26] Электрон, находящийся в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной несколько сантиметров и глубиной несколько электронвольт, поглощает квант света с частотой $\nu = (1 + \alpha) \nu_0$, где ν_0 – предельная частота света, при которой электрон может вылететь из ямы. Оцените число отражений N от краёв ямы, которые испытывает электрон, прежде чем вылететь из ямы, принимая: $\alpha = 10^{-2}$, $\alpha = 10^{-3}$ и $\alpha = 10^{-4}$.

4-6) [ОЗ-1, 4.18] Позитроний представляет собой связанную систему из электрона и его античастицы – позитрона. Сравни-

те спектр связанных состояний позитрония со спектром связанных состояний атома водорода. Каковы значения энергий ионизации ϵ_{Π} и $\epsilon_{\text{В}}$ (в эВ) позитрония и атома водорода? Каковы значения длин волн λ_{Π} и $\lambda_{\text{В}}$ (в нм), излучаемых позитронием и атомом водорода при переходе из первого возбуждённого состояния в основное?

4-7) [ОЗ-1, 4.21] Связанную систему отрицательно заряженного мюона μ^- (с энергией покоя $m_{\mu}c^2 \simeq 106$ МэВ) и положительно заряженного ядра называют мезоатомом. Сравните спектр связанных состояний мезоатома с зарядом ядра $Z = 10$ со спектром связанных состояний атома водорода. Каковы значения энергий ионизации $\epsilon_{\text{М}}$ и $\epsilon_{\text{В}}$ (в эВ) мезоатома и атома водорода? Каковы значения длин волн $\lambda_{\text{М}}$ и $\lambda_{\text{В}}$ (в нм), излучаемых мезоатомом и атомом водорода при переходе из первого возбуждённого состояния в основное? Оцените скорость v_{μ} (по отношению к скорости света c) и радиус r_{μ} (по отношению к борновскому радиусу $a_{\text{В}}$) орбиты мюона в мезоатоме

4-8) [ОЗ-1, 4.32] Атом водорода, первоначально покоившийся, излучил квант света, соответствующий головной (наиболее длинноволновой) линии серии Лаймана. Найдите относительное изменение частоты фотона $\Delta\nu/\nu_0$ из-за отдачи. Какую скорость приобрёл атом водорода в результате излучения кванта?

Неделя 5. Туннельный эффект.

5-1) [ОЗ-1, 3.34] Электрон находится в квазистационарном состоянии (вблизи начала координат) с энергией $E = 1.5$ эВ в одномерном потенциале вида:

$$U(x) = \begin{cases} +\infty, & \text{при } x < 0, \\ 0, & \text{при } 0 < x < a, \\ U_0, & \text{при } a < x < b, \\ 0, & \text{при } x > b, \end{cases}$$

где $a = 3 \cdot 10^{-8}$ см и $b = 10a$. Оцените высоту потенциального барьера U_0 (в предположении, что $b \rightarrow \infty$) и его проницаемость

D. За какое время τ вероятность найти частицу в потенциальной яме уменьшится в два раза?

5-2) [ОЗ-1, 3.36*] В процессе α -распада из тяжёлого ядра с массовым числом A и зарядом Z самопроизвольно вылетает α -частица с энергией E . Закон Гейгера–Неттола устанавливает связь между энергией E (измеряемой в МэВ) и периодом полураспада $T_{1/2}$ (измеряемом в сек): $\lg T_{1/2} = C + D/\sqrt{E}$, где $C \simeq -52$ и $D \simeq 140$. Оцените, в каких пределах меняется период полураспада, если E меняется от 4 до 9 МэВ. Покажите, что закон Гейгера–Неттола естественно возникает в следующей модели: α -частица первоначально находится в квазистационарном состоянии с энергией E внутри ядра, но вылетает наружу благодаря туннельному эффекту. Потенциал взаимодействия $U(r)$ α -частицы и ядра складывается из действующего на малых расстояниях $r < R$ потенциала притяжения, обусловленного ядерными силами, и кулоновского потенциала отталкивания, так что приближённо можно принять:

$$U(r) = \begin{cases} +\infty, & \text{при } r = 0, \\ -U_0, & \text{при } 0 < r < R, \\ 2(Z-2)e^2/r, & \text{при } r > R, \end{cases}$$

где $U_0 > 0$, а R – радиус ядра. С хорошей точностью почти всегда справедливо: $E \ll 2(Z-2)e^2/R$.

5-3) [ОЗ-1, 3.37*] В сканирующем туннельном микроскопе регистрируется туннельный ток электронов J через вакуумный зазор между поверхностью проводящего образца и установленной перпендикулярно к ней острой металлической иглой. Оцените, как изменится туннельный ток, если игла при своём поступательном движении параллельно поверхности образца пройдёт над ступенькой высоты $b = 1$ А. Работы выхода электронов из иглы $A_1 = 4.5$ эВ и образца $A_2 = 4.0$ эВ. На иглу подано напряжение $V = +0.5$ В относительно образца. Средняя величина зазора между иглой и поверхностью образца

$d \gg b$. Электрическое поле между иглой и образцом считайте однородным.

5-4) [ОЗ-1, 3.39] В сканирующем туннельном микроскопе регистрируется туннельный ток электронов J через вакуумный зазор между поверхностью проводящего образца и установленной перпендикулярно к ней острой металлической иглой. Для повышения чувствительности микроскопа величина зазора модулируется посредством малых колебаний иглы вдоль её оси с амплитудой колебаний $a = 0.2$ А. Работы выхода электронов из иглы $A_1 = 3.0$ эВ и образца $A_2 = 2.0$ эВ. На иглу подано напряжение $V = +1.0$ В относительно образца. Какова амплитуда колебаний туннельного тока $\delta J = (J_{\max} - J_{\min})/2$, если $J_{\max} = 1$ нА? При оценках можно считать, что электроны туннелируют сквозь одномерный потенциальный барьер, полагая электрическое поле между иглой и образцом однородным.

5-5) [ОЗ-1, 3.40] В 1988 году появилось сенсационное сообщение (впоследствии не подтвердившееся) о холодной ядерной реакции синтеза $d + d \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$ с большим энергосвободением, протекающей при комнатной температуре между дейтронами d – ядрами дейтерия, растворённого в металлическом палладии. На расстояниях $R_1 = 2 \cdot 10^{-13}$ см $< r < 0.5 \cdot 10^{-8}$ см $= R_2$ взаимодействие между дейтронами определяется законом Кулона. При сближении ядер до расстояния R_1 происходит реакция синтеза, тогда как на расстояниях $r > R_2$ потенциал взаимодействия можно считать равным нулю за счёт экранирования дейтронов электронами проводимости. Оцените проницаемость кулоновского барьера, разделяющего дейтроны при комнатной температуре, и оцените время, за которое в макроскопическом образце (содержащем один моль атомов дейтерия) произойдёт слияние любых двух соседних дейтронов.

Неделя 6. Контрольная работа. Сдача 1-го задания (недели 1-5).

Неделя 7. Интерференция квазимонохроматических волн.
Временная когерентность.

7-1) [O2-2, 3.5] Между точечным источником света и экраном находится тонкая бипризма так, что расстояние от бипризмы до источника света равно a , а расстояние от бипризмы до экрана равно b (схема представлена на рис. 278 сборника задач [O2]). Плоская грань бипризмы обращена к экрану и параллельна ему; вершина бипризмы обращена к источнику света (бипризма размещена симметрично относительно прямой, соединяющей источник света с ближайшей к нему точкой экрана). Показатель преломления стекла, из которого изготовлена бипризма, равен n ; угол при острых вершинах бипризмы равен α . Источник испускает монохроматический свет с длиной волны λ . Вследствие малости угла α интерферирующие лучи, падающие на экран, приблизительно перпендикулярны ему. Найдите расстояние x_m от центра интерференционной картины до m -й светлой полосы.

7-2) [O2-2, 3.20] Две одинаковые антенны, расположенные вдоль экватора Земли на расстоянии $L = 200$ м друг от друга, принимают радиоизлучение с длиной волны $\lambda = 1$ м от далёкого точечного космического источника, находящегося в плоскости экватора. На входной контур приёмника подаётся сумма сигналов, приходящих от обеих антенн по кабелям одинаковой длины. Как меняется во времени амплитуда напряжения U_0 на входном контуре приёмника в результате вращения Земли?

7-3) [O2-2, 4.2] D-линия натрия не монохроматична, а представляет собой две очень близкие спектральные линии с длинами волн $\lambda_1 = \lambda - \Delta\lambda/2$ и $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda/2$, где $\lambda = 589.3$ нм. Найдите $\Delta\lambda$, если известно, что резкость интерференционной картины, наблюдаемой в интерферометре с двумя лучами, максимальна у 0-й, 980-й и т. д. полос, и минимальна у 490-й, 1470-й и т. д. полос.

7-4) [O2-2, 4.3*] По одну сторону от точечного источника

света перпендикулярно оси, на которой находится источник, расположены собирающая линза (ось проходит через центр линзы) и экран. Экран лежит в фокальной плоскости линзы. По другую сторону от источника света перпендикулярно той же оси расположена стеклянная плоскопараллельная пластинка (схема представлена на рис. 287 сборника задач [O2]). Свет, идущий от источника к линзе, задерживается небольшим экраном, расположенным вблизи источника; поэтому интерференционная картина на экране формируется лучами, которые идут от источника к стеклянной пластинке, отражаются от граней этой пластинки и проходят вслед за тем через линзу. Фокусное расстояние линзы $f = 40$ см. Показатель преломления стекла, из которого изготовлена пластинка, равен $n = 1.5$; толщина пластинки $d = 1.6$ мм. Для случая, когда источник испускает монохроматичный свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм и центр интерференционных колец на экране тёмный, найдите радиус r первого видимого на экране тёмного интерференционного кольца. При какой максимально допустимой ширине линии $\Delta\lambda$, испускаемой источником, всё ещё видны интерференционные кольца?

7-5) [O2-2, 4.7] Фотоприёмник, расположенный на высоте $h = 1$ см над отражающей плоскостью, регистрирует свет от далёкого точечного источника света (например, от звезды). Угол между направлением на источник и плоскостью есть α (схема представлена на рис. 289 сборника задач [O2]). В фотоприёмник попадает как свет, непосредственно исходящий от источника, так и свет источника, отразившийся от плоскости. При изменении угла α фотоприёмник регистрирует изменение интенсивности попадающего в него света. Оцените максимальный угол α , при котором ещё заметны изменения фототока, если перед фотоприёмником установлен светофильтр с полосой пропускания $\Delta\nu = 3 \cdot 10^{11}$ Гц.

7-6) [O2-2, 4.10] На воздушном клине между двумя стеклянными пластинками с углом при вершине $\alpha = 1'$ можно на-

блюдают интерференционные полосы равной толщины. Полосы наблюдаются в отражённом от клина свете зелёной линии ртути с длиной волны $\lambda = 546.10$ нм и шириной $\Delta\lambda = 0.01$ нм. Найдите: (1) расстояние Δx между полосами; (2) максимальное число N полос, которые можно было бы увидеть на клине, если бы его размеры не были ограничены; (3) расстояние x последней наблюдаемой полосы от вершины клина и толщину h клина в этом месте.

Неделя 8. Протяжённые источники. Пространственная когерентность.

8-1) [O2-2, 5.3] В фокальной плоскости собирающей линзы с фокусным расстоянием $f = 50$ мм размещён экран с отверстием. Размер отверстия равен размеру изображения Солнца на экране. Свет Солнца, собранный линзой и прошедший через отверстие в экране, используется далее в интерференционной схеме Юнга для получения интерференционных полос. При этом две узкие параллельные щели, через которые проходит свет, находятся на расстоянии $D = 1$ мм друг от друга и на расстоянии l от отверстия в экране. Угловой диаметр Солнца $\alpha \simeq 0.01$ рад. При каких расстояниях l будут наблюдаться интерференционные полосы?

8-2) [O2-2, 5.8] Источником монохроматического света является отрезок нити длиной b . Параллельно этому отрезку располагаются два экрана (параллельные друг другу), один за другим, на расстоянии L и $2L$ от источника. В первом экране имеется маленькое отверстие, лежащее на прямой, проходящей от центра источника к экранам, перпендикулярно им. В том месте, где эта же прямая пересекает второй экран, находится точка P . В первом экране на расстоянии d от отверстия имеется ещё одно такое же отверстие; источник излучения (отрезок нити), оба отверстия в первом экране и точка P на втором экране лежат в одной плоскости (схема представлена на рис. 298 сборника задач [O2]). В точке P наблюдается интерференция света

от источника, прошедшего через два отверстия. При увеличении расстояния d между отверстиями изменение интенсивности в точке P имеет осциллирующий характер. Найдите линейный размер b источника света, если первый минимум интенсивности в точке P наблюдается при $d = d_1 = 1$ см, а амплитуда осцилляций становится равной нулю при $d = d_2 = 20$ см (условие $d \ll L$ всегда выполняется).

8-3) [O2-2, 5.9] На воздушном клине между двумя стеклянными пластинками с малым углом при вершине можно наблюдать интерференционные полосы равной толщины. Клин освещается рассеянным светом. Наблюдение в отражённом свете ведётся невооружённым глазом с расстояния наилучшего зрения $L = 25$ см в направлении, перпендикулярном поверхности клина. При этом глаз может смещаться в направлении, перпендикулярном ребру клина. Оцените максимальное число полос N , которое может видеть глаз в монохроматическом свете при таком способе наблюдения, если диаметр зрачка глаза $d = 5$ мм. Оцените степень монохроматичности света, необходимую для того, чтобы такое максимальное число полос могло наблюдаться.

8-4) [O2-2, 5.12] Свет с длиной волны $\lambda = 560$ нм, исходящий от небольшого источника, падает на тонкую слюдяную пластинку толщиной $h = 0.1$ мм, отражается от её поверхностей и формирует на экране интерференционные полосы (схема представлена на рис. 299 сборника задач [O2]). Показатель преломления слюды $n = 1.4$. Угол падения и отражения лучей (угол между лучами и нормалью к пластинке) равен $\varphi = 60^\circ$. Источник света и экран находятся на расстоянии $L = 1$ м от пластинки; экран ориентирован перпендикулярно лучам, отражённым от пластинки. Найдите порядок m интерференционной полосы в центре наблюдаемой интерференционной картины и ширину Δl интерференционных полос. Оцените допустимый размер b и допустимую монохроматичность $\Delta\lambda$ источника.

8-5) [O2-2, 5.18] Схема установки Майкельсона, предназна-

ченной для измерения угловых диаметров звёзд, представлена на рис. 304 сборника задач [O2]. Зеркала M_1 , M_2 , M_3 , M_4 направляют в объектив телескопа два пучка света, интерферирующие друг с другом в фокальной плоскости объектива. При измерении углового диаметра красной звезды Бетельгейзе Майкельсон нашёл, что интерференционные полосы исчезли, когда расстояние между внешними зеркалами M_1 и M_2 стало равным $L = 306.5$ см. Вычислите угловой диаметр звезды ψ , приняв, что эффективная длина волны света от Бетельгейзе равна $\lambda = 575.0$ нм.

8-6) [O2-2, 5.19] Свет от удалённого источника (практически параллельные лучи) с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на плоскую грань бипризмы с малыми углами $\alpha = 10^{-2}$ рад при острых вершинах, проходит через бипризму и формирует интерференционную картину на экране, расположенном на расстоянии L от бипризмы (вследствие малости угла α интерферирующие лучи, падающие на экран, приблизительно перпендикулярны ему). Ширина бипризмы, встроенной в непрозрачный экран, равна $D = 2$ см (схема представлена на рис. 305 сборника задач [O2]); показатель преломления стекла, из которого изготовлена бипризма, $n = 1.5$. Найдите: (1) расстояние L , при котором наблюдается максимальное число интерференционных полос; (2) допустимую некогерентность $\Delta\lambda$ света, позволяющую наблюдать все полосы; (3) допустимый угловой размер ψ источника, позволяющий наблюдать все полосы.

Неделя 9. Дифракция Френеля.

9-1) [O2-2, 6.17] Радиоизлучение с длиной волны $\lambda = 3$ см падает нормально на диск, изготовленный из диэлектрика с показателем преломления $n = 1.5$. Диаметр диска $D = 20$ см. При какой толщине диска h и на каком расстоянии b от диска вдоль его оси будет наблюдаться максимальная интенсивность излучения? Отражением излучения от диска пренебрегите.

9-2) [O2-2, 6.20] Свет с длиной волны λ падает нормально на плоскопараллельную стеклянную пластинку; показатель преломления стекла n . В пластинке вырезано круглое отверстие размером в одну зону Френеля для некоторой точки P , лежащей на оси системы. При какой толщине пластинки h интенсивность колебаний J в точке P будет максимальной? Найдите J_{max} , если в отсутствие пластинки интенсивность равна J_0 .

9-3) [O2-2, 6.25] Точечный источник света с двумя монохроматическими линиями $\lambda_1 = 660$ нм и $\lambda_2 = 440$ нм одинаковой интенсивности расположен на расстоянии $L = 1$ м от экрана. Перед экраном на расстоянии $a = 0.2$ м от него расположен прозрачный диск диаметром $D = 0.92$ мм, вносящий фазовую задержку π в волны, соответствующие обоим линиям. Источник света, центры диска и экрана лежат на одной прямой. Найдите отношение интенсивностей света J_1/J_2 в центре экрана при наличии (J_1) и в отсутствие (J_2) прозрачного диска.

9-4) [O2-2, 6.31] Перед тонкой линзой с оптической силой $D = 2.5$ дптр расположен непрозрачный экран с круглым отверстием; радиус отверстия равен $r = 1.1$ мм. На экран параллельно оптической оси падает свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Интенсивность света в фокусе линзы (точке P) равна J_1 . Далее линзу убирают. Найдите интенсивность света J_2 в той же точке P .

9-5) [O2-2, 6.33] Точечный источник и точка наблюдения P расположены на оси круглого отверстия в непрозрачном экране по разные стороны от экрана на одинаковом расстоянии L от центра отверстия. Отверстие оставляет открытой только одну зону Френеля для данного источника и точки P ; интенсивность света в точке P равна J_1 . Далее к отверстию без нарушения осевой симметрии прикладывают тонкую линзу с фокусным расстоянием $f = L$. Найдите интенсивность света J_2 в точке P .

9-6) [O2-2, 6.43] Свет с длиной волны $\lambda = 630$ нм проходит через линзу диаметром $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 50$ см. Найдите, во сколько раз интенсивность света J в

фокусе линзы превышает интенсивность света J_0 , падающего на линзу. Оцените диаметр пятна b в фокальной плоскости (на линзу падают параллельные лучи).

Неделя 10. Дифракция Фраунгофера. Разрешающая способность оптических инструментов.

10-1) [O2-2, 7.9] На искусственном спутнике Земли, движущемся по круговой орбите на высоте $h = 250$ км, установлена аппаратура для фотографирования земной поверхности. Разрешающая способность светочувствительной матрицы $N = 500$ линий/мм. Какими параметрами должен обладать объектив (диаметр D , фокусное расстояние f), чтобы при фотографировании разрешались детали с линейными размерами $l \simeq 1$ м?

10-2) [O2-2, 7.13] Для локации Луны свет рубинового лазера ($\lambda = 0.7$ мкм) отправлялся и принимался с помощью телескопа Симеизской обсерватории (диаметр зеркала $D = 2.6$ м). Отражение света осуществлялось 14-ю призмами, установленными на Луноходе-1. Каждая призма отражала свет точно на 180° ; отражение от одной призмы эквивалентно отражению от плоского зеркала диаметром $d = 6$ см. При приёме мог быть обнаружен сигнал, состоящий из двух фотонов. Оцените минимально необходимую для локации Луны энергию E одной световой вспышки.

10-3) [O2-2, 7.16] Камера-обскура длиной $L = 10$ см с малым отверстием предназначена для фотографирования удалённых предметов. Оцените диаметр D отверстия камеры, при котором она имеет наибольшую разрешающую способность. Длина волны $\lambda = 500$ нм.

10-4) [O2-2, 7.47] Каково должно быть минимальное расстояние b между двумя точками на поверхности Марса, чтобы их изображение в телескопе (рефракторе) с диаметром объектива $D = 60$ см можно было отличить от изображения одной точки? Примите, что Марс наблюдается в момент "великого про-

тивостояния”, когда расстояние до него от Земли минимально и равно $L = 56 \cdot 10^6$ км.

10-5) [О2-2, 7.59] Определите минимально разрешаемое расстояние δ микроскопа при наилучших условиях освещения для (1) безымерсионного объектива с числовой апертурой $a = 0.9$ (числовая апертура $a = \sin \alpha$, где α – угол полураствора конуса, вершиной которого является точка на объекте наблюдения, а основанием – объектив микроскопа); (2) того же объектива, но с масляной иммерсией ($n = 1.6$). Длина волны при визуальных наблюдениях $\lambda = 550$ нм.

10-6) [О3-1, 2.23*] Состояние движущегося электрона описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Электрон в таком состоянии обладает вполне определённым импульсом, но его координата совершенно неопределённая. Для определения координаты x электрона на пути волны перпендикулярно направлению её распространения ставится непрозрачный экран с щелью. Пусть координатная плоскость XU расположена в плоскости экрана, причём ось X направлена перпендикулярно щели. Покажите, что в результате дифракции на щели возникает состояние электрона, в котором неопределённости координаты x и импульса p_x электрона удовлетворяют соотношению неопределённостей.

10-7) [О3-1, 2.28] Пучок протонов выводится из небольшого циклотрона через отверстие диаметром d . Используя соотношение неопределённостей, найдите минимальный диаметр D пучка на экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от отверстия. Радиус орбиты, с которой выводятся протоны, равен $r = 10$ см; магнитное поле в циклотроне $B = 300$ Гс.

Неделя 11. Разрешающая способность спектральных приборов.

11-1) [О3-1, 4.11] Определите разрешающую способность R спектрального аппарата, необходимую для наблюдения изотопического сдвига спектральных линий дейтерия относительно

линий водорода. Каково должно быть основание b призмы из тяжёлого флинта в призмённом спектрографе для обнаружения изотопического сдвига головной линии серии Бальмера? Дисперсия тяжёлого флинта в диапазоне красного света равна $dn/d\lambda = 1000 \text{ см}^{-1}$.

11-2) [O2-2, 8.36] Какова ширина спектральной линии водорода ($\lambda = 656.3 \text{ нм}$) на экране спектрографа, если в нём использована дифракционная решётка шириной $l = 3 \text{ см}$ и объектив с фокусным расстоянием $f = 15 \text{ см}$?

11-3) [O2-2, 8.37] Коллиматорная щель, освещаемая источником света, находится в главном фокусе линзы с фокусным расстоянием $f = 20 \text{ см}$. Пройдя через линзу, свет падает на дифракционную решётку, плоскость которой перпендикулярна к главной оптической оси линзы. Число штрихов решётки $N = 1000$, период решётки $d = 0.001 \text{ см}$. Найдите максимальную ширину коллиматорной щели b , позволяющую полностью использовать разрешающую способность решётки в окрестности длины волны $\lambda = 500 \text{ нм}$.

11-4) [O3-1, 1.41] Рентгеновские лучи с длиной волны λ , падающие на кристаллическую пластинку под скользящим углом φ , испытывают интерференционное отражение только при определённом соотношении между λ , φ и расстоянием d между слоями кристаллической решётки (при выполнении условия Брэгга–Вульфа). Изменяя угол φ и наблюдая за интенсивностью отражённых лучей, можно установить длину волны падающего излучения. Таким образом кристаллическую пластинку можно использовать в качестве рентгеновского спектрометра и, в частности, установить, что в рассеянном рентгеновском излучении вследствие эффекта Комптона помимо составляющей с исходной длиной волны λ присутствует также составляющая со смещённой длиной волны $\lambda' > \lambda$. При какой минимальной толщине кристаллической пластинки D_{min} можно обнаружить комптоновское смещение в пучке рентгеновских волн, рассеянных под углом $\theta = 90^\circ$ к первоначальному направлению дви-

жения? Длина волны исходного излучения $\lambda = 0.07$ нм. Измерения проводятся при скользящих углах падения, близких к $\varphi = 30^\circ$.

11-5) [ОЗ-1, 2.14] При пропускании пучка нейтронов от ядерного реактора через блок прессованного графита все нейтроны с длинами волн де Бройля короче $\lambda_0 = 0.67$ нм испытывают интерференционное отражение Брэгга–Вульфа. Через блок проходят только медленные, так называемые холодные нейтроны. Найдите температуру, соответствующую самым коротким волнам де Бройля нейтронов, пропускаемых графитом, а также вычислите постоянную d решётки графита (расстояние между соседними слоями кристаллической решётки).

11-6) [ОЗ-1, 4.14] В спектрах некоторых звёзд наблюдаются $m \simeq 30$ линий водородной серии Бальмера. При каком наименьшем числе N штрихов дифракционной решётки можно разрешить все эти линии в спектре первого порядка?

11-7) [ОЗ-1, 4.16] Каково должно быть расстояние между зеркалами в интерферометре Фабри–Перо, чтобы по оптическому спектру установить наличие двух изотопов калия ^{39}K и ^{40}K ? Коэффициент отражения зеркал по энергии $\alpha = 0.9$; энергия ионизации атома калия $W = 4.3$ эВ.

Неделя 12. Пространственное фурье-преобразование. Дифракция на синусоидальных решётках.

12-1) [О2-2, 9.1] Три плоские монохроматические волны с амплитудами 1, b и b ($b \ll 1$) распространяются в пространстве так, что их волновые векторы лежат в плоскости XZ и составляют углы 0 , α и $-\alpha$ с осью Z (схема представлена на рис. 342 сборника задач [О2]). Волны падают на плоскость $z = 0$ так, что в точке $x = 0$ колебания оказываются синфазными. При смещении плоскости наблюдения в область $z > 0$ происходит периодическое изменение контраста (видности) интерференционной картины. Объясните это явление. При каких положениях плоскости наблюдения видность картины максимальна и

минимальна? Чему равны эти максимальная и минимальная видности?

12-2) [O2-2, 9.2] Синусоидальная дифракционная решётка освещается нормально падающей плоской волной с амплитудой E_0 и круговой частотой ω . Амплитудный коэффициент пропускания решётки $\tau(x) = 1 + a \cos \Omega x$ ($a < 1$). Найдите пространственный спектр $F(u)$ плоских волн за решёткой и выпишите явное выражение для суперпозиции плоских волн за решёткой.

12-3) [O2-2, 9.11] Две плоские монохроматические ($\lambda = 600$ нм) волны с равными амплитудами A_0 распространяются в пространстве так, что их волновые векторы лежат в плоскости XZ и составляют углы $\pm \alpha = \pm 0.06$ рад с осью Z (схема представлена на рис. 343 сборника задач [O2]). Волны падают на плоскость $z = 0$, в которой располагается синусоидальная дифракционная решётка, при этом в точке $x = 0$ колебания волн синфазны. Амплитудный коэффициент пропускания решётки $\tau(x) = (1 + \sin \Omega x)/2$. Период решётки $d = 2\pi/\Omega = 10^{-3}$ см. Найдите пространственный спектр $F(u)$ плоских волн за решёткой и выпишите явное выражение для суперпозиции плоских волн за решёткой.

12-4) [O2-2, 9.13] Плоская волна с длиной λ распространяется вдоль оси Z и дифрагирует на двух последовательно расположенных синусоидальных решётках, перпендикулярных оси Z . Амплитудные коэффициенты пропускания решёток $\tau_1(x) = \tau_2(x) = (1 + \cos \Omega x)/2$. При движении второй (по ходу оси Z) решётки со скоростью v вдоль оси Z (схема представлена на рис. 346 сборника задач [O2]) интенсивность нулевого дифракционного максимума периодически меняется. Найдите частоту ω_0 этих изменений, а также отношение максимальной и минимальной интенсивностей.

12-5) [O2-2, 9.15] Плоская волна с длиной $\lambda = 0.5$ мкм распространяется вдоль оси Z и дифрагирует на фазовой (прозрачной) периодической структуре, вытянутой вдоль оси X (периодической по координате X). Вдоль оси Z располагаются

также линза L_1 , линза L_2 и экран (ось Z является оптической осью системы). Расстояние от периодической структуры до L_1 равно f , расстояние от L_1 до L_2 равно $2f$, расстояние от L_2 до экрана равно L , где f – фокусное расстояние обеих линз. Метод тёмного поля заключается в том, что в общей фокальной плоскости линз L_1 и L_2 поперёк оптической оси и вдоль оси Y устанавливается проволока (схема представлена на рис. 348 сборника задач [O2]). Пусть фазовая решётка (прозрачная периодическая структура) создаётся в жидкости стоячей ультразвуковой волной с частотой $\nu = 20$ МГц. Скорость звука в жидкости $v = 1.5$ км/сек. Найдите расстояние Δl между интерференционными полосами на экране. Найдите также максимально допустимое удаление L_{max} экрана от линзы L_2 , при котором всё ещё возможно наблюдение интерференционной картины, при условии, что диаметр меньшей из линз L_2 равен $D = 4$ см.

12-6) [O2-2, 9.17] Плоская волна с длиной λ распространяется вдоль оси Z и дифрагирует на фазовой (прозрачной) периодической структуре, вытянутой вдоль оси X (периодической по координате X). Вдоль оси Z располагаются также линза L_1 , линза L_2 и экран (ось Z является оптической осью системы). Расстояние от периодической структуры до L_1 равно f , расстояние от L_1 до L_2 равно $2f$, расстояние от L_2 до экрана равно f , где f – фокусное расстояние обеих линз. В общей фокальной плоскости линз L_1 и L_2 поперёк оптической оси и вдоль оси Y устанавливается тонкая полупрозрачная пластинка-полоска, вносящая фазовую задержку в $\pi/2$ и ослабляющая в n раз проходящую через неё волну (схема представлена на рис. 349 сборника задач [O2]). Пусть прозрачной периодической структурой является фазовая синусоидальная решётка с "коэффициентом пропускания" $\tau(x) = e^{im \cos \Omega x}$ ($m \ll 1$). Найдите распределение интенсивности $J(x)$ на экране и видность интерференционной картины. Как изменится картина интенсивности, если использовать пластинку с фазовой задержкой $3\pi/2$?

12-7) [O3-1, 2.36] В новых сверхпроводящих материалах расстояние d между соседними атомами примерно равно 0.4 нм. Определите, какую апертуру (см. задачу 10-5) должен иметь электронный микроскоп с ускоряющим напряжением $V = 50$ кВ для получения изображений кристаллических решёток этих материалов.

Неделя 13. Элементы фурье-оптики и голографии.

13-1) [O2-2, 9.33] Фотопластинка расположена в плоскости XU . Монохроматический свет точечного источника A , расположенного в точке $(0, 0, -L)$, интерферирует с когерентной плоской волной, в результате чего на фотопластинке формируется голографическое изображение точечного источника. Направление распространения плоской волны, лежащее в плоскости XZ , составляет угол θ с осью Z . Считая, что прозрачность голограммы пропорциональна интенсивности света при записи, найдите амплитудный коэффициент пропускания $\tau(\rho, x)$, где ρ – расстояние от точки голограммы до начала отсчёта O , а x – координата X точки голограммы. Для просмотра изображения голограмма просвечивается нормально падающей плоской монохроматической волной. Где при этом расположены прямое и мнимое изображения? Оцените минимальный размер a_{min} голограммы, при котором полностью используется разрешающая способность фотоэмульсии, равная n линий/мм. Найдите размер b восстановленного изображения источника света.

13-2) [O2-2, 9.32] Схема создания голографического изображения плоского предмета A представлена на рис. 359 сборника задач [O2]. В соответствии с этой схемой в плоскости предмета рядом с ним расположена призма. Плоская монохроматическая волна падает нормально на плоскость, проходит через предмет, формируя предметный пучок, и отклоняется на угол θ при прохождении через призму, формируя опорный пучок. Предметный и опорный пучок сходятся и интерферируют, формируя голографическое изображение на фотопластинке, нахо-

дящейся на расстоянии L от предмета вдоль оси распространения падающей плоской волны. Для просмотра изображения голограмма просвечивается нормально падающей плоской монохроматической волной. Где при этом расположены прямое и мнимое изображения?

13-3) [O2-2, 9.34] Голограмма записана на пластинке радиуса $r = 5$ см (метод создания плоских голограмм описан в задачах 13-1 и 13-2). Она освещается плоской монохроматической ($\lambda = 0.5$ мкм) световой волной. Мнимое изображение формируется на расстоянии $L = 1$ м от голограммы. Пользуясь результатами, полученными при решении задачи 13-1, найдите допустимую некогерентность света $\Delta\lambda$, при которой ещё полностью используется теоретическая разрешающая способность голограммы.

13-4) [O2-2, 9.35] Создано голографическое изображение небольшого предмета на фотопластинке, расположенной на расстоянии $L = 50$ см от него (метод создания плоских голограмм описан в задачах 13-1 и 13-2). Для создания и просмотра голограмм используется свет с длиной волны $\lambda = 0.5$ мкм. Пользуясь результатами, полученными при решении задач 13-1 и 13-3, ответьте на следующие вопросы: (1) каким должен быть размер (диаметр) D фотопластинки, чтобы на голограмме оказались записанными детали предмета размером $b = 0.01$ мм? (2) какая некогерентность света $\Delta\lambda$ при этом допустима?

13-5) [O2-2, 9.36] Создано голографическое изображение небольшого предмета на фотопластинке, расположенной на расстоянии $L = 1$ м от него, с использованием излучения He-Ne лазера с длиной волны $\lambda \simeq 630$ нм (метод создания плоских голограмм описан в задачах 13-1 и 13-2). Изображение восстанавливается с помощью протяжённого квазимонохроматического источника с угловым размером (если смотреть от голограммы) $\alpha = 10^{-4}$ рад. Пользуясь результатами, полученными при решении задач 13-1 и 13-3, оцените минимальный размер b_{min} де-

талей в восстановленном изображении и допустимую для восстановления этих деталей непохожесть света $\Delta\lambda$.

13-6) [O2-2, 9.37] Создано голографическое изображение небольшого предмета на фотопластинке, расположенной на расстоянии $L = 1$ м от него, с использованием излучения He-Ne лазера с длиной волны $\lambda \simeq 630$ нм (метод создания плоских голограмм описан в задачах 13-1 и 13-2). Изображение восстанавливается с помощью квазимонохроматического света. Пользуясь результатами, полученными при решении задач 13-1 и 13-3, оцените минимальный размер d_{min} деталей в восстановленном изображении, если непохожесть света равна $\Delta\lambda = 0.9$ нм. Каким должен быть необходимый для восстановления этих деталей размер (диаметр) D голограммы?

13-7) [O2-2, 9.40] При записи объёмной голограммы на фотопластинку, покрытую фотоэмульсией толщиной $h = 5$ мкм, падают две плоские монохроматические волны ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см) с равными амплитудами. Одна из волн (опорная) падает нормально на фотопластинку, другая (предметная) – под углом $\alpha = 60^\circ$ к нормали. Предполагая, что показатель преломления фотоэмульсии $n = 1$, найдите расстояние d между слоями с максимальным почернением фотоэмульсии (интерференционные максимумы). Сколько таких слоёв N пересечёт луч света, пронизывающий фотопластинку по нормали?

Неделя 14. Поляризация света. Элементы кристаллооптики и нелинейной оптики.

14-1) [O2-2, 11.1] На пластинку кварца, грани которой параллельны оптической оси, падает плоскополяризованный свет. При какой наименьшей толщине d пластинки свет, прошедший через пластинку, окажется поляризованным по кругу? Длина волны света $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кварца $n_o = 1.5442$ и $n_e = 1.5533$.

14-2) [O2-2, 11.9] В интерференционном опыте Юнга свет

сначала проходит сквозь длинную и узкую щель S в первом экране, потом через аналогичные щели S_1 и S_2 во втором экране (схема представлена на рис. 367 сборника задач [O2]). В пространство между первым и вторым экранами вводится поляроид P , пропускающий свет, линейно поляризованный вдоль щелей. Как изменится наблюдаемая интерференционная картина, если щели S_1 и S_2 прикрыть пластинками в полволны, ориентированными взаимно перпендикулярно друг другу, параллельно и перпендикулярно щелям? Что произойдёт, если поляроид P повернуть на 90^0 так, чтобы он пропускал свет, линейно поляризованный поперёк щелей? Что произойдёт, если убрать поляроид? Рассмотрите эту же задачу, заменив пластинки в полволны пластинками в четверть волны. Щели S_1 и S_2 считайте узкими, а расстояние между ними – большим по сравнению с их шириной.

14-3) [O2-2, 11.13] Некогерентная смесь линейно поляризованного света и света, поляризованного по кругу, проходит через поляроид, пропускающий только линейно поляризованный свет. Найдено положение поляроида, соответствующее максимальной интенсивности прошедшего света. При повороте поляроида вокруг направления распространения света на угол $\alpha = 30^0$ интенсивность света уменьшилась на $p = 20\%$. Найдите отношение интенсивности света J_K , поляризованного по кругу, к интенсивности линейно поляризованного света J_L .

14-4) [O2-2, 11.16] Некогерентная смесь света, поляризованного по кругу, и естественного света проходит через кристаллическую пластинку в четверть волны и николю (специально изготовленную призму, пропускающую только линейно поляризованный свет). При вращении николя вокруг оси светового пучка установлено, что максимальная интенсивность света, прошедшего через систему, превосходит минимальную интенсивность в $m = 3$ раза. Найдите отношение интенсивности света J_K , поляризованного по кругу, к интенсивности естественного света J_e .

14-5) [O2-2, 11.21] Эллиптически поляризованный свет распространяется вдоль оси X и проходит через пластинку в $\lambda/4$, расположенную в плоскости YZ . При определённой ориентации пластинки свет, прошедший через неё, оказывается линейно поляризованным под углом $\alpha_1 = 23^\circ$ к оси Y . Если пластинку повернуть на 90° вокруг оси X , то прошедший через неё свет снова оказывается линейно поляризованным, но теперь под углом $\alpha_2 = 83^\circ$ к оси Y . Найдите отношение a/b полуосей эллипса поляризации падающего света и угол φ наклона большой оси этого эллипса к оси Y .

14-6) [O2-2, 11.60] Показатель преломления кристаллического кварца для длины волны $\lambda = 589$ нм равен $n_o = 1.544$ для обыкновенного луча и $n_e = 1.533$ для необыкновенного луча. На пластинку из кварца, вырезанную параллельно оптической оси, нормально падает линейно поляризованный свет указанной длины волны, занимающий спектральный интервал $\Delta\lambda = 40$ нм. Найдите толщину пластинки d и направление поляризации падающего света, если известно, что свет после прохождения пластинки оказался неполяризованным.

14-7) [O2-2, 11.89] Явление самофокусировки объясняется зависимостью показателя преломления среды от интенсивности распространяющегося в этой среде света ($n = n_o + n_2 E_0^2$, где E_0 – амплитуда напряжённости электрического поля в световой волне). Одним из самых больших значений n_2 обладает сероуглерод ($n_2 = 2 \cdot 10^{-11}$ ед. СГСЭ). Мощный пучок лазерного излучения с параболической зависимостью интенсивности от расстояния от центра пучка ($J = J_0(1 - r^2/r_0^2)$ при $r < r_0$ и $J = 0$ при $r > r_0$) проходит сквозь слой сероуглерода толщиной $L = 5$ см. Найдите, на каком расстоянии F от кюветы с сероуглеродом сфокусируется лазерный пучок, если $J_0 = 5 \cdot 10^8$ Вт/см² и $r_0 = 5$ мм. Под интенсивностью здесь понимается средняя по времени плотность потока энергии: $J = cE_0^2/8\pi$.

Неделя 15. Сдача 2-го задания (недели 7-14).