

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
Ю.А. Самарский  
\_\_\_ мая 2011 г.

## ПРОГРАММА

по курсу: ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ  
по направлению: 010600  
факультет: ФНБИК  
кафедра: физики и физического материаловедения  
курс: 4  
семестр: 7  
лекции: 34 часа  
практические (семинарские) занятия: 34 часа  
лабораторные занятия: нет  
самостоятельная работа: 2 часа в неделю  
экзамен: 7 семестр  
зачет: нет  
ВСЕГО ЧАСОВ: 68

Программу и задание составил:  
к.ф.-м.н., доц. Криворученко Михаил Иванович

Программа утверждена на заседании кафедры физики и  
физического материаловедения \_\_\_ мая 2011 года

Заведующий кафедрой

В.Г. Вакс

# ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

## 1. Квантование свободных полей

### 1.1 Одномерные бозонный и фермионный осцилляторы

Лагранжиан, вариационный принцип, уравнения движения. Гамильтонова формулировка уравнений движения, канонические координаты и импульсы, скобка Пуассона, ее геометрический смысл, вариационный принцип в гамильтоновом формализме. Квантование. Перестановочные соотношения операторов канонических координат и импульсов. Операторы рождения и уничтожения, энергетический спектр бозонного осциллятора, когерентные состояния, их полнота и (не)ортогональность.

Принцип Паули для фермионов. Грассмановы переменные. Интегрирование и дифференцирование по грассмановым переменным. Лагранжиан ферми-осциллятора, вариационный принцип, уравнения движения. Гамильтониан, скобка Пуассона, уравнения движения. Квантование ферми-осциллятора. Перестановочные соотношения, операторы рождения и уничтожения, энергетический спектр, когерентные состояния, их полнота и (не)ортогональность.

Нормальное упорядочение операторов. Вычисление коммутаторов составных операторов, правило Лейбница.

Литература: [5] §§ 3.1.2, 9.1.2, 9.1.3; [6] § 6.

### 1.2 Квантование скалярного поля

Лагранжиан, уравнения движения Лагранжа. Гамильтонова формулировка. Перестановочные соотношения. Диагонализация гамильтониана с помощью разложения по плоским волнам. Операторы рождения и уничтожения, энергетический спектр, фоковское пространство. Энергия нулевых колебаний,

нормальное упорядочение гамильтониана. Эффект Казимира. Вещественное и комплексное скалярное поле.

$T$ -произведение операторов. Фейнмановский пропагатор свободного скалярного поля. Координатное и импульсное представление. Правила обхода полюсов в комплексной плоскости энергии. Обращение в нуль коммутатора полей на пространственных интервалах как необходимое условие причинности и лоренц-инвариантности  $T$ -произведения. Связь спина со статистикой.

Литература: [4] §§ 70-75; [5] §§ 3.1.1-3.1.5.

### **1.3 Квантование поля Дирака**

Гамильтонова формулировка, грассмановы координаты и импульсы, скобка Пуассона, гамильтоновы уравнения движения. Лагранжиан, уравнения движения Лагранжа. Лоренц-ковариантность уравнения Дирака.

Квантование. Перестановочные соотношения. Диагонализация гамильтониана с помощью разложения по плоским волнам. Операторы рождения и уничтожения. Заряд и энергия «дираковского подвала», нормальное упорядочение операторов плотности заряда и гамильтониана.

Фейнмановский пропагатор свободного поля Дирака. Обращение в нуль антикоммутатора фермионных полей на пространственных интервалах как необходимое условие причинности и лоренц-инвариантности  $T$ -произведения. Связь спина со статистикой.

Литература: [2] § 75; [3] §§ 20-23; [4] §§ 76-81; [5] §§ 2.1, 2.2, 2.4, 2.5.

### **1.4 Квантование свободного электромагнитного поля**

Лагранжиан, уравнения движения. Калибровочная инвариантность. Выбор калибровки.

Гамильтонова формулировка, обобщенные координаты и импульсы. Уравнения связи.

Связи в лагранжевом формализме. Вариационный принцип в задачах на условный и безусловный экстремум. Множители Лагранжа. Связи в гамильтоновом формализме.

Решение уравнений связи до квантования. Гамильтониан взаимодействующего электромагнитного поля, скобки Пуассона. Перестановочные соотношения.

Диагонализация гамильтониана с помощью разложения по плоским волнам. Энергия нулевых колебаний, нормальное упорядочение гамильтониана. Эффект Казимира.

Фейнмановский пропагатор свободного электромагнитного поля. Зависимость от калибровочного условия. Обращение в нуль коммутаторов на пространственных интервалах как необходимое условие причинности и лоренц-инвариантности  $T$ -произведения.

Литература: [2] § 76; [4] §§ 82-87; [5] §§ 3.2.1-3.2.4.

## 1.5 Теорема Нетер

Инвариантность лагранжиана при фазовых вращениях и сохраняющийся ток в теории комплексного скалярного поля и в квантовой электродинамике. Инвариантность лагранжиана при трансляциях и тензор энергии-импульса в теории скалярного поля, в теории Дирака, электромагнитного поля. Инвариантность лагранжиана при лоренцевых преобразованиях и тензор углового момента в теории скалярного поля, в теории Дирака, электромагнитного поля.

Преобразования симметрии как вид канонических преобразований. Сохраняющиеся величины как производящие функции (функционалы) канонических преобразований.

Литература: [4] §§ 68, 74, 78, 80, 84, 90, 94; [5] §§ 1.2.1-1.2.3, 2.1.3, 9.3.1, 9.3.2.

## 2. Взаимодействующие поля

### 2.1 Теория рассеяния

Постановка задачи.  $|in\rangle$  и  $|out\rangle$  состояния, их полнота, физический смысл. Измерение сечений рассеяния, связь с экспериментом.  $S$ -матрица в терминах  $|in\rangle$  и  $|out\rangle$  состояний, унитарность  $S$ -матрицы.

Спектральное представление Челлена–Лемана двухточечной функции Грина.

Литература: [3] §§ 20-22; [4] §§ 102-107; [5] §§ 5.1.1, 5.1.2; [6] §§ 13, 38-40.

### 2.2 Связь $S$ -матрицы с функциями Грина

Редукционная формула для скалярного поля. Редукционная формула для свободного поля Дирака. Редукционная формула для электромагнитного поля. Графическое представление  $n$ -точечных функций Грина и  $S$ -матричных элементов.

Литература: [4] §§ 108-112; [5] § 5.1.3.

### 2.3 Теория возмущений

$n$ -точечные функции Грина взаимодействующего скалярного поля  $\phi(x)$  в терминах  $\phi_{in}(x)$  и возмущения гамильтониана  $H_I(\phi_{in})$ . Теорема Вика. Разложение  $T$ -произведения операторов в сумму нормально упорядоченных произведений операторов. Разложение вакуумного среднего  $T$ -произведения операторов в сумму произведений свободных пропагаторов.

Правила Фейнмана в теории  $\lambda\phi^4$  в координатном и импульсном пространствах. Сохранение энергии-импульса. Графическое представление. Кроссинг-симметрия. Связь числа петель с чис-

лом вершин и числом пропагаторов функций Грина в фиксированном порядке теории возмущений.

Сечение рассеяния  $2 \rightarrow 2$  в теории  $\lambda\phi^4$ . Ширина распада  $1 \rightarrow 2$  в теории  $\lambda\phi\phi^2$ .

Факториальный рост числа диаграмм в высоких порядках теории возмущений. Асимптотический характер теории возмущений. Суммирование асимптотических рядов по Борелю.

Литература: [2] § 72-74; [3] § 104; [4] §§ 114-119; [5] §§ 9.4.1, 9.4.2.

## **2.4 Производящие функционалы функций Грина**

Теорема о факторизации и сокращении вклада вакуумных петель в функции Грина. Производящий функционал функций Грина. Его связь с производящим функционалом связанных функций Грина.

Собственно-энергетическая часть пропагатора как сумма всех сильносвязанных диаграмм двухточечной функции Грина. Уравнение Дайсона.

Построение производящего функционала сильносвязанных функций Грина исходя из производящего функционала связанных функций Грина. Эффективный лагранжиан.

Литература: [4] § 119, 137, 138; [5] §§ 6.2.1, 6.2.2, 9.2.2.

## **2.5 Квантовая электродинамика**

Правила Фейнмана в квантовой электродинамике. Координатное и импульсное представление. Поперечность амплитуд как следствие калибровочной инвариантности. Сохранение электромагнитного тока. Зарядовая четность фотона и теорема Фарри.

Элементарные процессы. Рассеяние электрона в кулоновском поле ядра. Нерелятивистский предел, формула Резерфорда. Ультрарелятивистский предел, обращение в нуль сечения рассеяния

назад как следствие сохранения спиральности. Комптоновское рассеяние. Низкоэнергетический предел, томсоновское сечение.

Литература: [1] §§ 19, 25; [2] §§ 72-80, 86; [3] § 24, 30; [4] §§ 116-118, 122; [5] §§ 5.2.1, 6.1.1, 6.1.2.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Р. Фейнман*, Квантовая электродинамика. – М.: Мир, 1964.
2. *Б. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский*, Квантовая электродинамика. – М.: Наука, 1980.
3. *Дж. Бьеркен, С. Д. Дрелл*, Релятивистская квантовая теория. Т. 1, Релятивистская квантовая механика. – М.: Наука, 1978.
4. *Дж. Бьеркен, С. Д. Дрелл*, Релятивистская квантовая теория. Т. 2, Релятивистские квантовые поля. – М.: Наука, 1978.
5. *К. Ицксон, Ж. Б. Зюбер*, Квантовая теория поля (Т. 1 и Т. 2) – М.: Мир, 1984.
6. *А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов*, Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. – М.: Наука, 1966.

## ЗАДАНИЕ

### Квантование свободных полей

1. Построить собственные (когерентные) состояния операторов уничтожения бозонного и фермионного осциллято-

ров в виде разложения по собственным состояниям гамильтониана. Доказать полноту когерентных состояний.

2. Найти операторы эволюции  $\langle \beta | e^{-iHt} | \alpha \rangle$  бозонного и фермионного осцилляторов в базисе когерентных состояний.
3. Доказать равенство  $|0\rangle\langle 0| = \exp(-a^\dagger a)$ : для бозонного и фермионного осциллятора.

4. Показать, что фейнмановский пропагатор

$$iS_F(x-y)_{\alpha\beta} = \langle 0 | T \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(y) | 0 \rangle$$

свободной теории Дирака удовлетворяет уравнению

$$(i\hat{\nabla} - m) S_F(x)_{\alpha\beta} = \delta(x).$$

5. С помощью разложения по плоским волнам диагонализировать энергию и импульс свободного скалярного поля, поля Дирака и электромагнитного поля.
6. Пусть вакуум заменяется на ферми-газ частиц с ферми-импульсом  $p_F$ . Как изменится фейнмановский пропагатор? Показать, что замена  $p_F \rightarrow -p_F$  соответствует замене ферми-газа частиц на ферми-газ античастиц. Где расположены полюса фейнмановского пропагатора в ферми-газе античастиц?
7. Выяснить характер сингулярности при  $V \rightarrow 0$  величины  $\langle 0 | \bar{\phi}^2 | 0 \rangle$ , где

$$\bar{\phi} = \frac{1}{V} \int dx \phi(t, \mathbf{x}),$$

интегрирование ведется внутри сферы объема  $V$ , и найти численный коэффициент при расходящемся члене.

8. Найти силу, действующую на единицу площади двух расположенных на расстоянии  $a$  параллельных проводящих



пластин (эффект Казимира, см. [5] § 3.2.4, а также [http://en.wikipedia.org/wiki/Casimir\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Casimir_effect)).

### Взаимодействующие поля

1. Показать, что в теории  $\lambda\phi^4$  выполняются следующие соотношения для скобок Пуассона:

$$\{P_\mu, P_\nu\} = 0,$$

$$\{P_\sigma, M_{\mu\nu}\} = g_{\sigma\mu}P_\nu - g_{\sigma\nu}P_\mu,$$

$$\{M_{\tau\sigma}, M_{\mu\nu}\} = g_{\sigma\mu}M_{\tau\nu} - g_{\sigma\nu}M_{\tau\mu} + g_{\tau\mu}M_{\nu\sigma} - g_{\tau\nu}M_{\mu\sigma},$$

где  $P_\sigma$  и  $M_{\mu\nu}$  - вектор энергии-импульса и тензор углового момента.

2. Показать, что при  $(x - y)^2 < 0$  временная и пространственные компоненты четырехмерного электромагнитного тока коммутируют:

$$[\rho(x), J^\alpha(y)] = 0.$$

3. Показать, что сумму вакуумных петель можно собрать в экспоненту  $\exp(\frac{1}{\eta_i} B_i)$ , где  $B_i$  связанные вакуумные петли, а  $\eta_i$  их порядок.
4. Найти длину волны для перехода между триплетным и синглетным уровнями основного состояния атома водорода (Ответ: 21 см.).
5. Найти релятивистское сечение рассеяния электрона на мюоне. Рассмотреть предел бесконечной массы мюона и сравнить сечение с сечением рассеяния электрона в кулоновском поле ядра (см. [3] § 27).

6. Вывести формулу Бете-Гайтлера для сечения образования электрон-позитронной пары фотоном в кулоновском поле ядра. Убедиться, что кросс-симметрия связывает амплитуду рождения пар с амплитудой тормозного излучения фотонов (см. [2] § 94).

Срок сдачи первого задания 29.10.2011 года.

Срок сдачи второго задания 17.12.2011 года.