

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
Ю.А.Самарский
___ декабря 2011 г.

ПРОГРАММА

по курсу: ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
по направлению: 010900
факультет: ФНБИК
кафедра: физики и физического материаловедения
курс: 1
семестр: 2
лекции: 32 часа
практические (семинарские) занятия: 32 часа
лабораторные занятия: нет
самостоятельная работа: 2 часа в неделю
экзамен: нет
зачет: 2 семестр (с оценкой)
ВСЕГО ЧАСОВ: 64

Программу и задание составили:
д.ф.-м.н., доцент Барабанов Алексей Леонидович
к.ф.-м.н., Ситников Михаил Геннадьевич

Программа утверждена на заседании кафедры физики и
физического материаловедения ___ декабря 2011 года

Заведующий кафедрой

В.Г. Вакс

ТЕМЫ И ИХ КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. *Постоянное электрическое поле.* Электрические заряды. Закон Кулона. Электрическое поле как векторное поле. Напряженность \vec{E} электрического поля. Единицы СИ и ГС измерения электрических величин. Принцип суперпозиции. Непрерывное распределение зарядов. Поток векторного поля. Закон Гаусса для электрического поля в вакууме. Электрическое поле заряженных тел: сферы, шара, нити, цилиндра, плоскости, слоя.

Тема 2. *Потенциал электрического поля. Электрический диполь.* Линейный интеграл и циркуляция векторного поля. Потенциальные и вихревые векторные поля. Потенциальность постоянного электрического поля. Потенциал электрического поля. Связь напряженности поля с градиентом потенциала. Проводники в постоянном электрическом поле. Граничные условия для электрического поля на заряженной поверхности проводника.

Электрическое поле системы зарядов на большом удалении от этой системы. Электрический диполь. Потенциал и напряженность поля электрического диполя.

Тема 3. *Дивергенция векторного поля. Электростатика.* Поток и дивергенция векторного поля. Теорема Гаусса–Остроградского. Дифференциальная форма закона Гаусса. Вычисление дивергенции в декартовой системе координат. Уравнение Пуассона для потенциала постоянного электрического поля. Общая задача электростатики. Метод изображений.

Тема 4. *Ротор векторного поля.* Циркуляция и ротор векторного поля. Теорема Стокса. Дифференциальная форма закона о циркуляции постоянного электрического поля. Вычисление ротора в декартовой системе координат.

Тема 5. *Энергия и давление электрического поля.* Электрические ёмкости. Конденсаторы. Энергия взаимодействия зарядов. Энергия электрического поля и ее локализация в пространстве. Сила, действующая на элемент поверхности проводника (давление электрического поля). Энергия диполя в электрическом поле и момент сил, действующих на диполь. Сила, действующая на диполь в неоднородном электрическом поле.

Тема 6. *Электрическое поле в веществе.* Электрическая поляризуемость атомов и молекул. Вектор \vec{P} поляризации вещества (диэлектрика). Свободные и связанные заряды. Диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость вещества. Индукция \vec{D} электрического поля. Характер изменения напряжённости \vec{E} и индукции \vec{D} электрического поля на границе раздела двух диэлектриков. Энергия электрического поля в диэлектрической среде.

Тема 7. *Электрический ток.* Постоянный ток. Сила и плотность тока. Уравнение непрерывности электрического заряда. Закон Ома в интегральной и дифференциальной формах. Электродвижущая сила. Правила Кирхгофа. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля–Ленца. Объёмные токи. Проводимость диода, закон Ленгмюра.

Тема 8. *Постоянное магнитное поле. Единицы измерения электродинамических величин.* Закон Ампера взаимодействия токов. Магнитное поле постоянных токов в вакууме как векторное поле. Индукция \vec{B} магнитного поля. Закон Био–Савара–Лапласа. Силы Ампера и Лоренца. Магнитное поле прямого провода. Взаимодействие параллельных проводов.

Единицы СГСЭ и СГСМ. Опыт Вебера–Кольрауша и электродинамическая постоянная c . Единицы СИ и ГС измерения магнитных величин.

Тема 9. *Магнитостатика. Магнитный диполь.* Магнитное поле витка с током. Магнитное поле соленоида. Закон Гаусса для постоянного магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах. Закон о циркуляции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах. Магнитное поле проводников с токами: толстого провода, коаксиального кабеля, соленоида, тороида, движущейся заряженной плоскости.

Магнитное поле системы токов на большом удалении от этой системы. Магнитный момент плоского контура с током. Магнитный диполь. Момент сил, действующих на диполь, и энергия магнитного диполя в магнитном поле. Сила, действующая на магнитный диполь (контур с током) в неоднородном магнитном поле.

Тема 10. *Магнитное поле в веществе.* Магнитные моменты атомов и молекул. Качественные представления о механизме намагничивания парамагнетиков и диамагнетиков. Вектор \vec{M} намагниченности вещества. Свободные токи и токи намагничивания. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость вещества. Напряженность \vec{H} магнитного поля. Характер изменения напряжённости \vec{H} и индукции \vec{B} магнитного поля на границе раздела двух магнетиков. Ферромагнетики и гистерезис. Магнитные свойства сверхпроводников 1-го рода.

Тема 11. *Частицы в электромагнитном поле. Электромагнитная индукция.* Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. Преобразования полей \vec{E} и \vec{B} при переходах из одних инерциальных систем отсчёта в другие (при $v \ll c$).

Электромагнитная индукция в движущихся и неподвижных проводниках. Электродвижущая сила индукции (закон Фарадея). Правило Ленца. Вихревое электрическое поле. Непрерывность силовых линий магнитного поля. Первая пара уравнений Максвелла.

Тема 12. *Уравнения Максвелла.* Ток смещения. Вторая пара уравнений Максвелла. Полная система уравнений Максвелла в вакууме. Волновое уравнение. Электромагнитные волны в свободном пространстве, скорость их распространения. Электромагнитная природа света.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.3. Электричество. – Москва, Наука, 1996.
2. *Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы физики. Курс общей физики. Т. 1. Механика. Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Волновая оптика. Под. ред. А.С. Кингсепа. – Москва, Физматлит, 2001.
3. *Парселл Э.* Берклеевский курс физики. Т. 2. Электричество и магнетизм. – Москва, Наука, 1983.

4. *Козел С.М., Лейман В.Г., Локшин Г.Р., Овчинкин В.А., Прут Э.В.* Сборник задач по общему курсу физики. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика. Под ред. В.А. Овчинкина. – Москва, Изд-во МФТИ, 2000.

Дополнительная литература

5. *Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.* Берклеевский курс физики. Т. 1. Механика. – М.: Наука, 1975 (2-е изд., стереотип.).
6. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы. – Москва, Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
7. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Том 2. Вып. 5,6,7. Электричество и магнетизм. Электродинамика. Физика сплошных сред. – Москва, Мир, 1977.
8. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. – Москва, НТЦ ВЛАДИС, 1997.

ПЛАН ЗАНЯТИЙ

в весеннем семестре 2011/2012 учебного года

Недели	Лекции	Семинары
1.	Тема 1	Тема 1
2.	Тема 2	Тест по теме 1. Тема 2
3.	Тема 3	Тест по теме 2. Тема 3
4.	Тема 4	Тест по теме 3. Тема 4
5.	Тема 5	Тест по теме 4. Тема 5
6.	Тема 6	Тест по теме 5. Тема 6
7.	Контр. работа 1	Тест по теме 6. Сдача задания 1
8.	Тема 7	Тема 7
9.	Тема 8	Тест по теме 7. Тема 8
10.	Тема 9	Тест по теме 8. Тема 9
11.	Тема 10	Тест по теме 9. Тема 10
12.	Тема 11	Тест по теме 10. Тема 11
13.	Тема 12	Тест по теме 11. Тема 12
14.	Контр. работа 2	Тест по теме 12. Сдача задания 2
15.	Зачёт с оценкой	Зачёт с оценкой

Пояснение 1: Электродинамика будет изучаться в весеннем (нынешнем) и осеннем (следующем) семестрах 2012 года. В конце весеннего семестра проводится зачёт с оценкой. В конце осеннего семестра проводятся письменный и устный экзамены по всему материалу, изучавшемуся в весеннем и осеннем семестрах.

Пояснение 2: В конце семестра преподаватель, ведущий семинары, выставляет студентам 10-бальные оценки за работу в семестре. Оценка за работу в семестре выставляется с учётом результатов тестирования, результатов контрольных работ и результатов сдачи задания. Эта оценка учитывается при выставлении "зачётной оценки" (в осеннем семестре – при выставлении экзаменационной оценки).

Правила тестирования

Тестирования проводятся на семинарах, как правило, в начале семинара. На каждом тестировании предлагается письменно ответить на 5 простых вопросов по курсу. На ответы отводится по минуте на вопрос, всего, следовательно, 5 минут на тестирование.

Список тестовых вопросов составляется в течение семестра: после каждой лекции лектор предлагает студентам 10 вопросов. К концу семестра после 12 лекций появится список из 120 вопросов. На каждом тестировании преподаватель предлагает 5 вопросов, выбранных им по своему усмотрению из соответствующих 10 вопросов по теме. При ответах на тестовые вопросы никакими письменными (печатными) материалами и электронными приборами пользоваться нельзя.

За ответ на каждый вопрос преподаватель ставит либо 2 балла (правильный ответ), либо 1 балл (немного неточный ответ), либо 0 баллов (неправильный ответ). Преподаватель возвращает студентам проверенные работы с выставленными баллами (как правило, через неделю после тестирования) и тем самым информирует их о количестве набранных ими баллов. Таким образом, за 12 тестирований можно набрать от 0 до 120 баллов.

В конце семестра для недовольных своим итоговым результатом по тестированию будет проведено "итоговое тестирование". Будет предложено письменно ответить на некоторые 25 вопросов из списка тех же 120 вопросов. Время тестирования - примерно 30 минут. За каждый ответ ставится, как и ранее, от 0 до 2 баллов. Результирующая оценка получается умножением суммы полученных баллов на 2. Таким образом, в этом итоговом тестировании можно набрать от 0 до 100 баллов.

Контрольные работы

На каждой контрольной работе предлагаются 2-3 задачи. Время выполнения работы – одна пара. Каждая контрольная работа будет оцениваться 10-балльной оценкой. Таким образом, за 2 контрольные работы можно набрать от 0 до 20 баллов.

Сдача заданий

Задачи задания должны быть представлены в отдельной тетради или на сброшюрованных листах. Выполнение задач без звёздочек является обязательным. Задание 1 сдаётся в середине семестра, задание 2 – в конце семестра.

За сдачу всех задач задания в срок, определённой программой, выставляется 10 баллов. Если все задачи не удалось сдать в срок, но "отложенные" задачи были сданы с недельным опозданием, то за сдачу задания выставляется 8 баллов. Более поздняя сдача задания (уже всё равно в какие сроки, но до начала экзаменационной сессии) оценивается в 6 баллов. Если последняя задача задания принимается после начала экзаменационной сессии, то за задание ставится не выше 4 баллов. Задание может быть засчитано без 1, 2... задач, при этом за каждую несданную задачу из 6 или 4 баллов вычитается 1 балл.

За каждую выполненную задачу со звёздочкой (в обоих заданиях таких необязательных для выполнения задач всего 10 штук) прибавляется 1 балл. Не важно, в какие сроки сдаются эти необязательные задачи.

Таким образом, за сдачу двух домашних заданий можно набрать от 0 до 30 баллов. Студенты, не сдавшие задание хотя бы на 0 баллов, не получают зачёт за семестр (в осеннем семестре – не допускаются до экзамена).

Оценка за работу в семестре

Студентам, набравшим за тестирование 70 или более баллов, оценка за работу в семестре выставляется в соответствии со следующей таблицей:

Сумма баллов за две к.р.:	20–15	14–10	9–5	4–0
Тесты ≥ 95	10/9/8	9/8/7	8/7/6	7/6/5
$83 \leq$ Тесты < 95	9/8/7	8/7/6	7/6/5	6/5/4
$70 \leq$ Тесты < 83	8/7/6	7/6/5	6/5/4	5/4/3

В каждой клетке таблицы стоят 3 оценки, соответствующие следующим суммам баллов за сдачу домашних заданий: от 30 до 20/ от 19 до 10/ от 9 до 0.

Пусть, для примера, тесты написаны на 93 балла, сумма баллов за две контрольные работы 9, за сдачу домашних заданий получено 8 баллов. Тогда 10-бальная оценка за работу в семестре – 5 (или хор (5)).

Студенты, набравшие за тестирование менее 70 баллов, не получают зачёт за семестр (в осеннем семестре – не допускаются до экзамена).

ПЛАН ПРОВЕДЕНИЯ СЕМИНАРОВ в весеннем семестре 2011/2012 учебного года

Пояснение: Всюду, где возможно, приведены ссылки на номера задач в сборниках [4]≡[O2] (по теме "Электричество и магнетизм") и [8]≡[И] для того, чтобы результаты могли быть (при необходимости) сверены с ответами. Формулировки некоторых задач изменены, в ряде случаев поставлены дополнительные вопросы. Помимо задач, рекомендованных для обсуждения на семинаре, преподаватель может разбирать и другие задачи по своему усмотрению.

Семинар по теме 1. *Постоянное электрическое поле. Принцип суперпозиции. Поток электрического поля. Закон Гаусса.*

1) [И, 2.19] По длинному прямому проводу равномерно распределён электрический заряд с линейной плотностью λ . Найдите напряжённость электрического поля (модуль и направление) в точке, которая находится на перпендикуляре к проводу на расстоянии y от него при условии, что перпендикуляр проходит: (1) через один из концов провода; (2) через середину провода.

2) [O2, 1.20] Напряжённость электрического поля на поверхности Земли равна $E_1 = 100$ В/м, а на высоте $h = 1.5$ км - $E_2 = 25$ В/м. Оцените среднюю объёмную плотность ρ электрических зарядов в атмосфере (в СГСЭ $q/\text{см}^3$ и Кл/м³).

3) [O2, 1.22], [И, 2.33] В шаре, равномерно заряженном с объёмной плотностью ρ , имеется сферическая полость, центр которой O' смещён относительно центра шара O на расстояние d . Найдите напряжённость электрического поля внутри полости. *Подсказка:* Если мысленно заполнить полость объёмно распределёнными зарядами с плотностями $+\rho$ и $-\rho$, то электрическое поле в полости можно рас-

смагивать как суперпозицию полей двух равномерно и противоположно заряженных шаров.

Семинар по теме 2. *Потенциал постоянного электрического поля. Поле электрического диполя.*

1) [O2, 1.3] В начале координат покоится электрический диполь \vec{p} . Найдите напряжённость электрического поля $\vec{E}(\vec{r})$ диполя на расстояниях $r \gg l$, где l – размер диполя (расстояние между зарядами). Нарисуйте (качественно) силовые линии поля электрического диполя.

2) [O2, 1.25, 1.26] В однородное электрическое поле \vec{E}_0 , направленное вдоль оси z , помещён незаряженный проводящий шар радиусом R . Найдите модуль $E(\theta)$ и направление электрического поля вблизи поверхности шара в зависимости от угла θ между направлением на точку поверхности и осью z (начало отсчёта выбрано в центре шара). Обсудите значения $\vec{E}(0)$ и $\vec{E}(\pi/2)$. Нарисуйте (качественно) силовые линии электрического поля.

3) [O2, 2.4] Три концентрические тонкие металлические сферы радиусами $R_1 < R_2 < R_3$, находящиеся в вакууме, несут заряды Q_1, Q_2, Q_3 . В точке A , находящейся между первой и второй сферами на расстоянии r_A от центра сфер, измеряют потенциал (пусть он равен φ_A). После того как вторую и третью сферу соединяют проводом, потенциал в точке A становится равным φ'_A . Найдите изменение потенциала $\varphi'_A - \varphi_A$ в точке A .

Семинар по теме 3. *Дифференциальная форма закона Гаусса для электрического поля. Проводники в электрическом поле. Метод изображений.*

1) [O2, 2.9] Для инъекции в термоядерную установку используется цилиндрический пучок дейтронов (дейтрон – это ядро атома тяжёлого водорода, состоящее из протона и нейтрона) с энергией $W = 500$ кэВ. Диаметр пучка $D = 1$ см. Ток в пучке составляет $J = 1$ А и равномерно распределён по сечению пучка. Найдите потенциал φ и напряжённость E электрического поля в зависимости от расстояния r от центра пучка. Постройте графики $\varphi(r)$ и $E(r)$. Вычислите напряжённость E_0 поля на поверхности пучка (в СГСЭЕ и В/см), а также разность потенциалов V_0 (в СГСЭV и В) между центром пучка и его поверхностью.

2) [O2, 2.22] Заряд q находится внутри полого проводящего незаряженного шара с внутренним радиусом r и внешним радиусом R на расстоянии d ($d < r$) от центра шара. Найдите: (1) поверхностную плотность σ индуцированных электрических зарядов на внешней поверхности шара; (2) потенциал φ шара, принимая за ноль потенциал бесконечно удалённой точки; (3) поверхностную плотность σ_B и σ_C индуцированных зарядов на внутренней поверхности шара в двух точках B и C , одна из которых (B) наименее удалёна от заряда, а другая (C) наиболее удалена от заряда.

Семинар по теме 4. Дивергенция и ротор векторного (электрического) поля. Задачи по электростатике.

1) Вычислите дивергенцию и ротор поля:

$$\begin{cases} \vec{B}(x, y) = \left(-\frac{Ay}{R^2}, \frac{Ax}{R^2}\right), & r = \sqrt{x^2 + y^2} < R, \\ \vec{B}(x, y) = \left(-\frac{Ay}{x^2 + y^2}, \frac{Ax}{x^2 + y^2}\right), & r = \sqrt{x^2 + y^2} > R, \end{cases}$$

где A – постоянная. Является ли это поле потенциальным? Изобразите на плоскости (x, y) силовые линии этого поля. Проверьте справедливость теоремы Стокса, сравнивая циркуляцию вектора \vec{B} по окружности радиуса $r < R$ или $r > R$ с потоком вектора $\text{rot } \vec{B}$ сквозь круг, охватываемый окружностью.

2) При каком соотношении между постоянными a и b поле $\vec{E}(x, y) = (ay, bx)$ является потенциальным? Для найденных a и b определите потенциал $\varphi(x, y)$, а также плотность заряда $\rho(x, y)$, формирующего это поле. Нарисуйте силовые линии полученного потенциального электрического поля. Найдите двумя способами разность потенциалов между точками $A = (2, 3)$ и $B = (5, 1)$: (1) с помощью уже найденной функции $\varphi(x, y)$; (2) с помощью линейного интеграла от \vec{E} (как по некоторым выделенным путям, например, $A = (2, 3) \rightarrow C = (5, 3) \rightarrow B = (5, 1)$ или $A = (2, 3) \rightarrow D = (2, 1) \rightarrow B = (5, 1)$, так и по произвольному пути).

Семинар по теме 5. Энергия и давление электрического поля. Диполь во внешнем электрическом поле.

1) [O2, 1.5] Диполь находится во внешнем электрическом поле напряжённостью \vec{E} . Найдите энергию диполя в этом поле в двух

случаях: (1) диполь \vec{p} является жёстким; (2) диполь является упругим: $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ (СГСЭ или ГС), где α – коэффициент поляризуемости.

2) [O2, 1.9] В начале координат покоится точечный диполь $\vec{p}_1 = (p_1, 0, 0)$. В точке $A = (x, 0, 0)$ имеется другой точечный диполь $\vec{p}_2 = (p_2, 0, 0)$. Найдите модули и направления сил \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} взаимодействия диполей.

3) Заряд q расположен на расстоянии h_1 от бесконечной проводящей плоскости. Найдите работу, которую нужно совершить для того чтобы переместить заряд на расстояние h_2 от плоскости.

4) [O2, 3.53] Незаряженный проводящий шар радиуса $R = 4$ см, разрезанный пополам, находится во внешнем однородном поле $E_0 = 300$ В/см, перпендикулярном к плоскости разреза. Найдите силы, действующие на полушария, рассмотрев два случая: (1) шар сначала поместили в электрическое поле, а потом разрезали; (2) шар сначала разрезали, а потом поместили в электрическое поле. Стремятся ли полушария разойтись под действием этих сил или, наоборот, полушария стремятся друг к другу?

Семинар по теме 6. Электрическое поле в веществе. Векторы \vec{E} и \vec{D} .

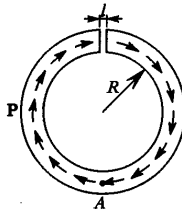


Рис. 1: к задаче [O2, 3.10]

1) [O2, 3.1] В пространстве хаотично распределены проводящие шарики радиуса r . Концентрация n шариков такова, что $nr^3 \ll 1$. Найдите диэлектрическую проницаемость ϵ этой среды.

2) [O2, 3.7] Длинный тонкий цилиндр (длина $2h$, радиус поперечного сечения r) вырезан из вещества с "вмороженной" однородной поляризацией \vec{P} , направленной вдоль оси цилиндра. Найдите напряжённости электрического поля в центре торца (E_A) и на боковой стенке в середине между торцами (E_B). Нарисуйте (качественно) силовые линии полей \vec{E} и \vec{D} внутри и вне цилиндра.

3) [O2, 3.10] Диэлектрический образец с замороженной поляризацией \vec{P} имеет форму полого цилиндра с разрезом. На Рис. 1 показано сечение этого цилиндра и направление вектора поляризации. Толщина стенки цилиндра $h \ll R$, где R – радиус цилиндра; ширина разреза $l \ll R$. Найдите электрическое поле \vec{E} и индукцию \vec{D} в точке A (см. Рис. 1) и в центре разреза.

4) [O2, 3.30] Пластина из сегнетоэлектрика ($\varepsilon = 200$) имеет толщину, равную зазору между обкладками плоского конденсатора. Площадь каждой обкладки конденсатора $S_1 = 1 \text{ м}^2$. Площадь боковой грани пластины $S_2 < S_1$. Какова должна быть площадь S_2 для того, чтобы в объёме пластины индукция электрического поля сделалась в $N = 40$ раз больше, чем было в конденсаторе до введения пластины? Конденсатор изолирован.

Семинар по теме 7. Энергия электрического поля в диэлектриках и энергетический метод вычисления сил. Постоянные токи. Токи в неограниченных средах.

1) [O2, 4.32] Заземление концов телеграфной линии осуществлено посредством очень глубоко зарытых в землю металлических шаров радиусами r_1 и r_2 . Удельная проводимость почвы вблизи них равна λ_1 и λ_2 . Найдите сопротивление R земли между шарами.

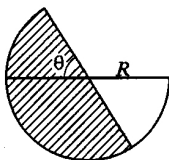


Рис. 2: к задаче [O2, 3.67]

2) [O2, 3.67] Конденсатор переменной ёмкости состоит из двух неподвижных металлических пластин (обкладок), расположенных на расстоянии d друг от друга, и подвижной диэлектрической пластины с проницаемостью ε , которая может поворачиваться и входит в зазор между металлическими пластинами (схема представлена на Рис. 2). Заряженные обкладки конденсатора могут быть подсоединены к батарее с э.д.с. V или отсоединены от батареи (в любом случае разность потенциалов между обкладками принимается равной V). Пренебрегая краевыми эффектами, найдите момент M электрических сил, действующих на диэлектрическую пластину, когда она повернута на угол θ относительно пластин конденсатора (как в случае

подключённой, так и в случае отключённой батареи). Стремятся ли электрические силы втянуть пластину в конденсатор или, наоборот, выталкивают её из конденсатора? Все пластины имеют форму полукруга радиуса R , причём зазоры между диэлектрической пластиной и обкладками конденсатора пренебрежимо малы по сравнению с d .

3) [O2, 4.23] Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено неоднородным, слоистым (слои параллельны обкладкам конденсатора) диэлектриком, обладающим слабой электропроводностью. Диэлектрическая проницаемость и удельная проводимость диэлектрика плавно изменяются от $\varepsilon_1 = 4$, $\lambda_1 = 10^{-9} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ на одной обкладке до $\varepsilon_2 = 3$, $\lambda_2 = 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ на другой обкладке. Конденсатор подключён к батарее с постоянной э.д.с. Найдите величину и знак суммарного свободного заряда, который возникает в диэлектрике, когда в цепи устанавливается постоянный электрический ток $J = 10^{-7} \text{ А}$, текущий через диэлектрик от обкладки 1 к обкладке 2.

Семинар по теме 8. Магнитное поле. Закон Био–Савара–Лапласа.

1) [O2, 5.2] По проводнику, имеющему форму "гофрированной окружности" (схема представлена на Рис. 3), течёт ток $I = 10 \text{ А}$. Форма проводника описывается уравнением $1/r = 1/a + b \cos(m\varphi)$, где $a = 50 \text{ см}$, m – целое число и b – постоянная. Найдите магнитное поле B в центре O проводника.

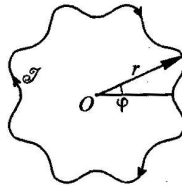


Рис. 3: к задаче [O2, 5.2]

2) [O2, 5.5] Соленоид состоит из N витков, равномерно намотанных на цилиндр диаметром D . По виткам течёт ток I . Найдите модуль и направление индукции магнитного поля \vec{B} на оси соленоида в точке A на расстоянии x от его центра, суммируя магнитные поля от отдельных витков соленоида. Покажите, что эта индукция может быть выражена через углы α и β , где 2α и 2β – это углы, под которыми из точки A видны диаметры торцов. Найдите такой способ вычисления магнитного поля в точке A , чтобы ответ,

выраженный через углы α и β , получился сам собой.

3) Однородный соленоид диаметром $D = 10$ см сделан таким образом, что при удалении от центра соленоида вдоль оси на $l = 1$ см поле меняется менее чем на $\eta = 1$ %. Какова минимальная длина L соленоида?

Семинар по теме 9. *Закон о циркуляции магнитного поля. Магнитный диполь.*

1) [O2, 5.5] В задаче о соленоиде, состоящем из N витков, равномерно намотанных на длине L на цилиндр диаметром D (см. семинар 8), рассмотрите предельный случай $L \rightarrow \infty$ (точнее, $L \gg D$) при условии $n = N/L = \text{const}$. Воспользовавшись законом о циркуляции магнитного поля, воспроизведите ответ для индукции магнитного поля в этом предельном случае.

2) [O2, 5.17*] Заряженный шарик радиусом R равномерно вращается вокруг своего диаметра с угловой скоростью $\vec{\omega}$. Заряд шарика равен q . Найдите магнитный момент \vec{m} шарика и магнитное поле $\vec{B}(\vec{r})$, создаваемое шариком, на расстояниях r , больших по сравнению с R , если заряд равномерно распределён: (1) по поверхности шарика; (2) по объёму шарика.

3) [O2, 5.21] Вдоль плазменного цилиндра радиуса R с параболическим распределением проводимости $\lambda(r) = \lambda_0(1 - r^2/R^2)$ течёт постоянный ток J . Найдите магнитное поле $\vec{B}(r)$ внутри и вне цилиндра в зависимости от расстояния r от оси цилиндра. Нарисуйте (качественно) график $B(r)$.

Семинар по теме 10. *Магнитное поле в веществе. Поля \vec{B} и \vec{H} .*

1) [O2, 6.5] Длинный тонкий цилиндр (длина $2h$, радиус поперечного сечения r) вырезан из вещества с однородной постоянной намагниченностью \vec{M} , направленной вдоль оси цилиндра. Найдите индукцию магнитного поля в центре торца (B_A) и на боковой стенке в середине между торцами (B_C). Нарисуйте (качественно) силовые линии полей \vec{B} и \vec{H} внутри и вне цилиндра.

2) [O2, 6.4] Бесконечная плоская пластина изготовлена из однородного намагниченного ферромагнетика, причём вектор намагниченности \vec{M} параллелен плоскости пластины. Найдите поля \vec{B} и \vec{H} внутри и вне пластины.

3) [O2, 6.15] Тонкий сердечник тороидальной катушки длиной L сделан из ферромагнитного материала. Минимальная напряжённость магнитного поля, при которой намагничённость материала достигает насыщения ($M = M_{\text{нас}}$), равна $H = H_{\text{нас}}$. Найдите минимальный ток J_0 , который должен течь по обмотке для того, чтобы намагничённость сердечника достигла насыщения. Какой воздушный зазор d должен быть сделан в сердечнике для того, чтобы не возникало насыщение намагничённости, если по обмотке течёт ток $J > J_0$? Число витков обмотки равно N .

Семинар по теме 11. *Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.*

1) [O2, 8.35] Позитрон (с зарядом $e > 0$) начинает двигаться со скоростью $v_0 \ll c$ в области, где созданы однородные, постоянные и взаимно перпендикулярные поля \vec{E} и \vec{B} ($E \ll B$, если E и B измеряются в гауссовых единицах). Скорость \vec{v}_0 перпендикулярна обоим полям. Найдите траекторию движения позитрона $\vec{r}(t)$, считая, что в начальный момент времени $t = 0$ электрон находится в начале координат. Примите для определённости, что вектор начальной скорости \vec{v}_0 направлен вдоль оси x , вектор \vec{E} – вдоль оси y , а вектор \vec{B} – вдоль оси z . Нарисуйте траекторию для случая, когда $v_0 = 0$.

2) [O2, 8.64] В однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} помещена металлическая лента шириной L и толщиной b так, что плоскость ленты перпендикулярна индукции \vec{B} . По ленте (вдоль ленты) пропускают ток J . Найдите разность потенциалов V , возникающую между краями ленты (т.е. на расстоянии L), если концентрация свободных электронов в металле ленты n . *Замечание:* Возникновение разности потенциалов V называют эффектом Холла, а отношение $R = V/J$ – сопротивлением Холла.

Семинар по теме 12. *Электромагнитная индукция.*

1) [O2, 8.30], [И, 2.435] В бетатроне (ускорителе электронов до релятивистских энергий) роль ускоряющего напряжения играет э.д.с. индукции, возбуждаемая изменением магнитного потока, пронизывающего орбиту электронов. При этом электроны движутся по окружности постоянного радиуса. Покажите, что это возможно, только если в каждый момент времени t выполняется определённое соотношение между средним магнитным полем $\langle B(t) \rangle$, пронизывающим орбиту электрона, и магнитным полем $B(t)$ на орбите

электрона (это соотношение называют бетатронным условием). Рассмотрите в качестве примера случай, когда магнитное поле зависит от r и t по закону: $B(r, t) = (B_0 - \alpha r^2)f(t)$, где r – расстояние от оси бетатрона, B_0 и α – положительные постоянные, а $f(t)$ – растущая функция времени t . Найдите радиус r_0 орбиты, по которой движутся ускоряемые электроны.

2) [O2-1, 8.47] Проволочной рамке в форме квадрата со стороной a , находящейся в магнитном поле, сообщена начальная скорость v_0 в направлении оси x , перпендикулярной одной из сторон и лежащей в плоскости рамки. Вектор магнитной индукции B перпендикулярен плоскости рамки, а его величина растёт линейно вдоль оси x , так что $dB/dx = k$, где k – постоянная. Найдите скорость рамки $v(t)$ как функцию времени t . Масса рамки m , общее сопротивление провода рамки R . Коэффициентом самоиндукции рамки пренебрегите. Силу тяжести не учитывайте.

ЗАДАНИЕ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ на весенний семестр 2011/2012 учебного года

Пояснение: Всюду, где возможно, приведены ссылки на номера задач в сборниках [4]≡[O2] (по теме "Электричество и магнетизм") и [8]≡[И] для того, чтобы результаты могли быть (при необходимости) сверены с ответами. Формулировки некоторых задач изменены, в ряде случаев поставлены дополнительные вопросы. Решения задач, входящих в задание, должны быть своевременно представлены преподавателю в отдельной тетради.

ЗАДАНИЕ 1

Задание по теме 1. *Постоянное электрическое поле. Принцип суперпозиции. Поток электрического поля. Закон Гаусса.*

1-1) [O2, 1.14] По двум длинным прямым проводам, расположенным параллельно на расстоянии d друг от друга, равномерно распределены разноимённые заряды с линейной плотностью $+\lambda$ и $-\lambda$. Найдите напряжённость электрического поля в точке, находящейся на расстоянии h от плоскости, в которой лежат провода, и равноудалённой от проводов. *Подсказка:* Воспользуйтесь принципом суперпозиции.

1-2) [O2, 1.10] Диск радиусом R заряжен равномерно с поверхностной плотностью σ . Найдите напряжённость электрического поля в точке, которая находится на расстоянии h от диска на перпен-

дикуляре, проходящем через центр диска. Рассмотрите предельный случай $R \rightarrow \infty$ (точнее, $R \gg h$). Воспользовавшись законом Гаусса, воспроизведите ответ для напряжённости электрического поля в этом предельном случае.

1-3) [O2, 1.15] Положительный заряд равномерно распределён с объёмной плотностью ρ по безграничному плоскому слою толщиной d . Найдите напряжённость электрического поля внутри и вне слоя. Постройте (качественно) график $E_x(x)$; ось x перпендикулярна слою, а ноль выбран в центре слоя.

1-4)* [O2, 1.17] Простейший атом (атом водорода) в модели Томсона – это шар, равномерно заряженный по объёму (полный заряд шара положителен и равен e), внутри которого движется без трения лёгкий точечный электрон (с отрицательным зарядом $-e$). Покажите, что электрон, выведенный из состояния равновесия, будет совершать гармонические колебания. При каком значении радиуса шара R атом в модели Томсона излучает свет с длиной волны $\lambda = 656$ нм ("красную" линию, принадлежащую серии Бальмера)? Фундаментальный заряд $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ_q = $1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса электрона $m = 0.91 \cdot 10^{-27}$ г.

Задание по теме 2. *Потенциал постоянного электрического поля. Поле электрического диполя.*

2-1) [O2, 1.11] Имеются три концентрические бесконечно тонкие металлические сферы с радиусами $R_1 < R_2 < R_3$. На первом этапе средней сфере сообщается заряд q_2 . На втором этапе внутренняя и внешняя сферы соединяются проводом (проходящим через небольшое отверстие в средней сфере). На третьем этапе внешняя сфера (соединённая проводом с внутренней сферой) заземляется. Найдите потенциал $\varphi(r)$ и напряжённость $E_r(r)$ электрического поля в зависимости от расстояния r от центра шаров на каждом из трёх этапов, считая, что на бесконечном удалении от шаров потенциал обращается в ноль. Для всех трех этапов нарисуйте графики $\varphi(r)$ и $E_r(r)$.

2-2) [O2, 1.23] Заряд распределён по поверхности сферы таким образом, что электрическое поле внутри сферы является однородным, направленным вдоль оси z и равным E_0 . Найдите соответствующую поверхностную плотность $\sigma(\theta)$ распределения заряда (θ – это полярный угол, т.е. угол между направлением на точку сферы из центра

сферы и осью z). Найдите также напряженность электрического поля вне сферы (нарисуйте силовые линии поля).

2-3) В начале координат расположен электрический диполь \vec{p} , направленный вдоль оси z . Вычислите поток электрического поля этого диполя через круг радиусом R , перпендикулярный оси z , с центром на оси z в точке z_0 . Обсудите пределы $R \rightarrow 0$ и $R \rightarrow \infty$.

2-4)* [O2, 1.24] Длинная медная проволока (диаметр поперечного сечения равен d) помещена в однородное электрическое поле E_0 , направленное вдоль оси x поперёк оси проволоки (оси z). Найдите плотность $\sigma(\varphi)$ распределения заряда по поверхности проволоки (φ – это азимутальный угол между направлением на точку поверхности из точки на оси проволоки и осью x).

Задание по теме 3. *Дифференциальная форма закона Гаусса для электрического поля. Проводники в электрическом поле. Метод изображений.*

3-1) [O2, 1.19*] Воспользуйтесь законом Гаусса в дифференциальной форме для вычисления напряжённости электрического поля равномерно заряженных: (1) шара радиусом R ; (2) бесконечной пластины толщиной $2h$. В обоих случаях объёмная плотность заряда равна ρ .

3-2) [O2, 2.5] В пространстве между обкладками плоского конденсатора толщиной d распределён заряд с постоянной объёмной плотностью ρ . Одна обкладка этого конденсатора заземлена, тогда как другая поддерживается при потенциале φ_0 . Вычислите зависимость потенциала в конденсаторе $\varphi(x)$ от координаты x ; ось x направлена перпендикулярно к обкладкам конденсатора ($0 < x < d$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi(d) = \varphi_0$). Нарисуйте график $\varphi(x)$ в интервале $0 < x < d$.

3-3) [O2, 2.18] На высоте $H = 1$ см над плоскостью горизонтально лежащего металлического листа расположен равномерно заряженный диск радиусом $R = 1$ см с полным зарядом $Q = 10^{-9}$ Кл. Плоскость диска параллельна плоскости листа. Найдите плотность σ индуцированного заряда в точке, расположенной на поверхности листа непосредственно под центром диска.

3-4)* [O2, 2.20] Заряд q находится на расстоянии d от центра металлического шара радиусом R ($d > R$). Найдите поверхностную плотность зарядов $\sigma(\theta)$ на сфере; угол θ есть угол между направлением на точку поверхности шара и направлением на заряд (начало

отсчёта выбрано в центре шара). Рассмотрите два случая: (1) шар заземлён (вычислите при этом полный заряд шара); (2) шар изолирован, а его полный заряд равен нулю. В обоих случаях вычислите также силу притяжения заряда к шару и нарисуйте (качественно) силовые линии электрического поля.

Задание по теме 4. *Дивергенция и ротор векторного (электрического) поля. Задачи по электростатике.*

4-1) Вычислите дивергенцию и ротор поля $\vec{E}(x, y, z) = (2y, 2x + 3z, 3y)$. Является ли это поле потенциальным? Если да, то найдите его потенциал $\varphi(x, y, z)$. Проверьте, что линейный интеграл от \vec{E} между произвольными точками A и B совпадает с убывлю потенциал $\varphi_A - \varphi_B$.

4-2) На плоскости задано поле $\vec{E}(x, y) = (axy, b(x^2 - y^2))$, где a и b – постоянные. Найдите линейные интегралы от этого поля по путям $A \rightarrow C \rightarrow B$ и $A \rightarrow D \rightarrow B$, где $A = (2, 1)$, $B = (5, 4)$, $C = (5, 1)$, $D = (2, 4)$. При каком соотношении между постоянными a и b поле \vec{E} является потенциальным? Для найденных a и b определите потенциал $\varphi(x, y)$, а также плотность заряда $\rho(x, y)$, формирующего это поле. Проверьте, что при найденных a и b линейный интеграл от \vec{E} между точками A и B (как и между любыми другими точками) не зависит от пути интегрирования.

4-3) Вычислите дивергенцию и ротор поля:

$$\begin{cases} \vec{E}(x, y, z) = \left(\frac{qx}{R^3}, \frac{qy}{R^3}, \frac{qz}{R^3} \right), & r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} < R, \\ \vec{E}(x, y, z) = \left(\frac{qx}{r^3}, \frac{qy}{r^3}, \frac{qz}{r^3} \right), & r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} > R, \end{cases}$$

где q – постоянная. Является ли это поле потенциальным? Если да, то найдите потенциал $\varphi(x, y, z)$, а также плотность заряда $\rho(x, y, z)$, формирующего это поле.

Задание по теме 5. *Энергия и давление электрического поля. Диполь во внешнем электрическом поле.*

5-1) [O2, 3.50, 4.21] В генераторе Ван-де-Граафа (схема представлена на Рис. 4) заряды переносятся диэлектрической лентой и заряжают высоковольтный сферический электрод. Поверхностные заряды передаются ленте от источника вблизи нижнего шкива. Найдите максимальный потенциал и максимальный ток, который можно

получить от такого генератора, если радиус высоковольтного электрода $R = 1.5$ м, скорость движения ленты $v = 20$ м/сек, ширина ленты $l = 100$ см. Лента и высоковольтный электрод находятся в атмосфере газа, в которой пробой возникает при напряжённости электрического поля $E_0 = 30$ кВ/см. Для максимального потенциала (и, следовательно, максимального заряда сферы) вычислите также давление (в *атм*) изнутри на поверхности сферического электрода, обусловленное отталкиванием зарядов.

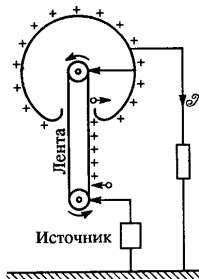


Рис. 4: к задаче [O2, 3.50, 4.21]

5-2) [O2, 3.44] Предположим, что энергия покоя электрона $E_0 = mc^2$ есть не что иное, как энергия электрического поля покоящегося электрона. Считая электрон сферическим, найдите радиус электрона при двух предположениях: (1) весь заряд электрона распределён по его поверхности; (2) весь заряд электрона равномерно распределён по его объёму. Полученные ответы выражаются через одну и ту же комбинацию фундаментального заряда e , массы m и скорости света c (различаются только численные коэффициенты). Саму эту комбинацию фундаментальных констант обычно обозначают r_0 и называют классическим радиусом электрона. Вычислите r_0 , зная, что $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ $_q$, $m = 0.91 \cdot 10^{-27}$ г и $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек. Сравните эту величину с радиусом R простейшего атома в модели Томсона (задача 1-4). В случае, когда заряд распределён по поверхности, вычислите также давление (в *атм*) изнутри на поверхность электрона.

5-3) [O2, 1.16] В безграничном плоском слое толщиной $2l$ объёмная плотность заряда изменяется по закону $\rho = \rho_0 x/l$ ($-l < x < l$), где x – ось, перпендикулярная слою (ноль выбран в центре слоя). В слое имеется тонкий канал вдоль оси x , в который помещён точечный диполь с массой m и дипольным моментом \vec{p} , направленным вдоль

канала. Вычислите период малых колебаний диполя вдоль оси x (направление момента \vec{p} в процессе колебаний не меняется).

5-4)* Докажите, что энергия взаимодействия двух точечных зарядов $W_{\text{int}} = k_e q_1 q_2 / r$ есть не что иное, как результат интегрирования по всему пространству той части плотности энергии электрического поля, которая пропорциональна $\vec{E}_1 \vec{E}_2$. Найдите также энергию взаимодействия заряда q с бесконечной проводящей плоскостью (расстояние между зарядом и плоскостью h), а также собственную энергию поля зарядов, сосредоточенных на плоскости. Сопоставьте полученные результаты с ответом, полученным на семинаре 5 в задаче 3.

Задание по теме 6. Электрическое поле в веществе. Векторы \vec{E} и \vec{D} .

6-1) [O2, 3.13] Пластина пьезоэлектрика вследствие неоднородной деформации поляризована так, что поляризация в её середине равна P_0 и спадает к краям по закону $P = P_0(1 - x^2/d^2)$, где x отсчитывается от середины пластины, а d — её полутолщина (схема представлена на Рис. 5). Вектор поляризации направлен вдоль оси x . Найдите плотность связанных зарядов в пластине, напряжённость и индукцию электрического поля внутри и вне пластины, а также разность потенциалов между боковыми поверхностями пластины. Краевыми эффектами пренебрегите.

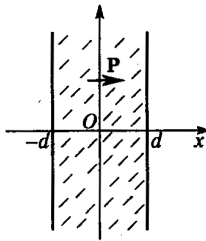


Рис. 5: к задаче [O2, 3.13]

6-2) [O2, 3.19] Диэлектрическая пластина толщиной h с "вмороженной" однородной поляризацией P помещена внутрь плоского конденсатора параллельно его обкладкам (площади боковых граней пластины равны площадям обкладок) и не примыкает к ним. Расстояние между обкладками равно d ($d > h$). Вектор P перпендикулярен боковым граням пластины и обкладкам конденсатора. Обкладки соединены проводом. Найдите напряжённость $E_x(x)$ и индукцию $D_x(x)$

электрического поля внутри и вне пластины (ось x перпендикулярна пластине и направлена вдоль вектора \vec{P}). Нарисуйте графики $E_x(x)$ и $D_x(x)$.

6-3) [O2, 3.23], [И, 2.91] Напряжённость электрического поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε равна E_0 , причём вектор \vec{E}_0 составляет угол θ с нормалью \vec{n} к поверхности диэлектрика (схема представлена на Рис. 6). Считая поля внутри и вне диэлектрика однородными, найдите: (1) потоки Φ_E и Φ_D векторов \vec{E} и \vec{D} через поверхность сферы радиусом R , центр которой лежит на поверхности диэлектрика; (2) циркуляции векторов \vec{E} и \vec{D} по прямоугольному контуру Γ со сторонами l_1 и l_2 (расположение контура см. на Рис. 6).

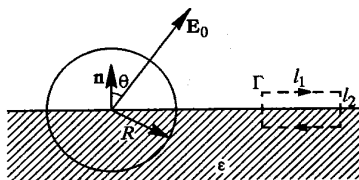


Рис. 6: к задаче [O2, 3.23]

6-4)* [O2, 3.40], [И, 2.100] Точечный заряд q находится в вакууме на расстоянии h от плоской поверхности однородного диэлектрика с проницаемостью ε , заполняющего всё полупространство. Найдите поверхностную плотность $\sigma(r)$ связанных зарядов (r – расстояние до точки плоскости, ближайшей к заряду), полную величину q' связанного заряда, а также силу F , действующую на заряд со стороны диэлектрика.

ЗАДАНИЕ 2

Задание по теме 7. Энергия электрического поля в диэлектриках и энергетический метод вычисления сил. Постоянные токи. Токи в неограниченных средах.

7-1) [O2, 3.63] Плоский конденсатор с квадратными обкладками (расстояние между обкладками d , площадь каждой обкладки S) заряжен до разности потенциалов V_0 . В конденсатор вдвигают до половины пластину диэлектрика с проницаемостью ε . Толщина пластины равна d . Найдите силу, с которой пластина втягивается в конденсатор, если: (1) после зарядки (и до вставки пластины) конденсатор

был отключён от батареи; (2) после зарядки конденсатор остался подключённым к батарее с э.д.с. V_0 .

7-2) [O2, 3.70] Две половинки сферического конденсатора заполнены диэлектриками с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 (схема представлена на Рис. 7). Найдите силу, действующую на внутреннюю сферу. Заряд конденсатора Q , радиус внутренней сферы R .

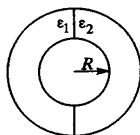


Рис. 7: к задаче [O2, 3.70]

7-3) [O2, 4.33*] Пусть C – это ёмкость системы из двух проводников произвольной формы, разнесённых на некоторое расстояние друг от друга в вакууме. Заполним всё пространство между проводниками однородной проводящей средой с удельным сопротивлением λ . Покажите, что сопротивление R среды току, текущему между проводниками, равно $\rho/(4\pi C)$, если используются единицы ГС (гауссовой системы). Как выражается R через ρ и C , если используются единицы СИ?

7-4)* [O2, 3.58] Плоский конденсатор ёмкостью C последовательно с некоторым резистором подключён к батарее с э.д.с. V . Пластины конденсатора быстро сближают, так что расстояние между ними уменьшается в 2 раза. Предполагая, что за время перемещения пластин заряд конденсатора практически не меняется, найдите джоулево тепло, которое выделится на резисторе к тому моменту, когда в системе вновь установится равновесие. Оцените величину сопротивления R , при котором условия задачи могут быть практически выполнены, если время сближения $\Delta t = 10^{-2}$ сек, а ёмкость $C = 10^{-10}$ Ф.

Задание по теме 8. Магнитное поле. Закон Био–Савара–Лапласа.

8-1) [O2, 5.1] По проводнику, имеющему форму эллипса, течёт постоянный ток $J = 10$ А. Большая и малая полуоси эллипса равны соответственно $a = 50$ см, $b = 30$ см. Найдите модуль и направление индукции магнитного поля \vec{B} в фокусе эллипса. Уравнение эллипса в полярной системе координат имеет вид: $r(\varphi) = p/(1 + e \cos \varphi)$, где

$p = b^2/a$ – параметр, а $e = \sqrt{1 - b^2/a^2} < 1$ – эксцентриситет; начало координат совпадает с одним из фокусов эллипса.

8-2) [O2, 5.6] При производстве полиэтиленовой плёнки широкая полоса протягивается по роликам со скоростью $v = 15$ м/сек. В процессе обработки (главным образом из-за трения) поверхность плёнки приобретает равномерно распределённый заряд с поверхностной плотностью σ . Оцените максимальное значение σ и магнитного поля B вблизи поверхности плёнки, принимая во внимание, что при напряжённости электрического поля $E = 30$ кВ/см в воздухе возникает электрический разряд (пробой).

8-3) [O2, 5.14] По оси полого длинного цилиндра (R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней поверхностей цилиндра) натянута заряженная нить, на 1 см длины которой приходится заряд $x = 1$ СГСЭ $_q$. Цилиндр вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $\Omega = 1000$ рад/сек (схема представлена на Рис. 8). Найдите индукцию магнитного поля $\vec{B}(r)$ вдали от его торцов в полости цилиндра, $r < R_1$, в материале цилиндра, $R_1 < r < R_2$, и вне цилиндра, $r > R_2$ (на расстояниях r от оси, небольших по сравнению с длиной цилиндра), в двух случаях: (1) цилиндр металлический, немагнитный; (2) цилиндр диэлектрический ($\varepsilon = 3$). Всеми эффектами, связанными с центробежными силами, можно пренебречь.

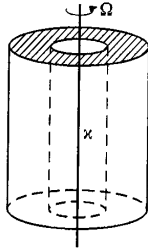


Рис. 8: к задаче [O2, 5.14]

8-4)* Однородный соленоид имеет длину $L = 15$ см и диаметр $D = 10$ см. Покажите, что поле на оси соленоида можно сделать меняющимся по закону $a + cx^4 + dx^6 + \dots$ (т.е. без слагаемого $\sim bx^2$), где x – расстояние от центра, если обесточить центральную часть соленоида. Найдите длину h этой обесточенной части.

Задание по теме 9. Закон о циркуляции магнитного поля. Магнитный диполь.

9-1) [O2, 5.18] Равномерно заряженная с линейной плотностью λ квадратная рамка со стороной l вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$ вокруг одной из сторон. Найдите магнитный момент \vec{m} рамки и магнитное поле $\vec{B}(\vec{r})$, создаваемое рамкой, на расстояниях r , больших по сравнению с l .

9-2) [O2, 5.22] На тонкий латунный прут, свёрнутый в кольцо, намотано равномерно $N = 10^4$ витков провода. Во сколько раз магнитное поле B_0 на оси прута больше, чем поле B_1 в центре кольца?

9-3) [O2, 5.23] По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, сделанным из немагнитного материала и изолированным друг от друга, текут в противоположных направлениях токи с одной и той же плотностью $j = 1000$ А/см². Проводники ограничены цилиндрическими поверхностями. Поперечные сечения этих проводников представлены на Рис. 9 в виде заштрихованных областей. Ток в левом проводнике направлен к читателю, а в правом – от читателя. Расстояние между осями цилиндров $AB = d = 5$ см. Найдите величину и направление магнитного поля в полости.

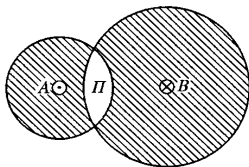


Рис. 9: к задаче [O2, 5.23]

9-4)* [O2, 5.16] Тонкостенная длинная дюралевая трубка заряжается электрически и приводится в быстрое вращение. Какова будет конфигурация создавшегося магнитного поля? Предел скорости вращения трубки обусловлен механической прочностью дюрала $\sigma = 6 \cdot 10^8$ Н/м². Какое наибольшее отношение магнитного поля (выраженного в гауссах) внутри трубки к электрическому полю (выраженному в СГСЭВ/см) на внешней поверхности трубки можно получить? Плотность дюрала $\rho = 2.7$ г/см³.

Задание по теме 10. *Магнитное поле в веществе. Поля \vec{B} и \vec{H} .*

10-1) [O2, 6.1] Постоянный магнит и соленоид (электромагнит) выполнены в виде одинаковых цилиндров (с одинаковыми высотами и поперечными круглыми сечениями). Намагниченность \vec{M} вещества постоянного магнита постоянна и направлена вдоль оси цилиндра. Какой ток нужно пустить по соленоиду с плотностью намотки n (витков/см) для того, чтобы индукция \vec{B} в постоянном магните и соленоиде была одинаковой? Нарисуйте (качественно) силовые линии полей \vec{B} и \vec{H} для постоянного магнита и соленоида.

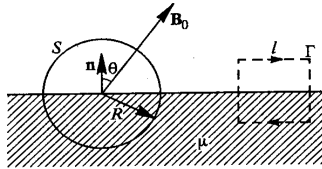


Рис. 10: к задаче [O2, 6.9]

10-2) [O2, 6.9], [И, 2.294] Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности магнетика с проницаемостью μ равна \vec{B}_0 , причём вектор \vec{B}_0 составляет угол θ с нормалью \vec{n} к поверхности (схема представлена на Рис. 10). Найдите: (1) потоки Φ_H и Φ_B векторов \vec{H} и \vec{B} через поверхность сферы S радиусом R , центр которой лежит на поверхности магнетика; (2) циркуляции C_H и C_B векторов \vec{H} и \vec{B} по квадратному контуру Γ со стороной h (расположение контура см. на Рис. 10).

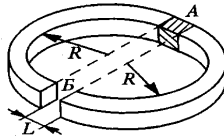


Рис. 11: к задаче [O2, 6.18]

10-3) [O2, 6.18] Сердечник, выполненный из мягкого железа с магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$ в виде тонкого кольца радиуса R , разрезан по диаметру (схема представлена на Рис. 11). Половинки сердечника раздвинуты на расстояние $L \ll R$. Один из зазоров (А) замкнут небольшим постоянным магнитом в виде цилиндра высотой

L с намагниченностью \vec{M} , направленной вдоль оси цилиндра (поперечное сечение магнита совпадает с поперечным сечением сердечника). Найдите напряженность \vec{H} и индукцию \vec{B} магнитного поля в другом зазоре (Б). Рассеянием магнитного потока пренебрегите.

10-4)* [O2, 6.12] Обмотка электромагнита, изображённого со всеми геометрическими размерами на Рис. 12, состоит из N витков. По обмотке течёт ток J . Все участники сердечника имеют одинаковые сечения. Магнитная проницаемость материала сердечника равна μ . Найдите индукцию \vec{B} магнитного поля в небольшом зазоре, выполненном в сердечнике.

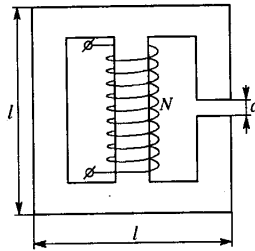


Рис. 12: к задаче [O2, 6.12]

Задание по теме 11. Движение частиц в электрическом и магнитном полях.

11-1) [O2, 8.34] В скрещенных постоянных и однородных полях \vec{E} и \vec{B} , таких что $\vec{E} \perp \vec{B}$ и $E \ll B$ (гауссова система единиц), из некоторой точки x_0 на оси x разлетаются нерелятивистские электроны, скорости которых \vec{v} лежат в плоскости (x, y) (схема представлена на Рис. 13). Покажите, что через некоторое время T все электроны соберутся в одну точку. Найдите положение этой точки (её расстояние l от точки x_0) и время T . *Указание:* Перейдите в систему отсчёта, в которой электрическое поле равно нулю.

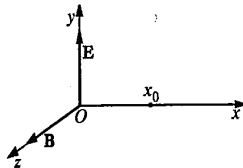


Рис. 13: к задаче [O2, 8.34]

11-2) [O2, 8.69] В простейшей схеме магнитного гидродинамического генератора плоский конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d помещён в поток проводящей жидкости с проводимостью λ , движущейся с постоянной скоростью \vec{V} параллельно пластинам. Система находится в магнитном поле \vec{B} , направленном поперёк скорости \vec{V} . Найдите мощность W , которая будет выделяться на сопротивлении R , подсоединённом к пластинам конденсатора.

Задание по теме 12. Электромагнитная индукция.

12-1) [O2, 7.5] В длинном воздушном соленоиде с радиусом катушки $r_0 = 1$ см и плотностью витков $n = 10 \text{ см}^{-1}$ течёт ток, нарастающий с постоянной скоростью $dJ/dt = 100 \text{ А/сек}$. Какой будет форма силовых линий вихревого электрического поля \vec{E} ? Найдите напряжённость $E(r)$ на расстоянии r (как меньшем, так и большем r_0 , но малом по сравнению с длиной соленоида) от оси соленоида. Постройте (качественно) график $E(r)$. Вычислите E на расстоянии $r = 2r_0$ от оси соленоида.

12-2) [O2-1, 8.44] Плоский конденсатор помещён между круглыми горизонтальными наконечниками электромагнита так, что круглые обкладки конденсатора параллельны наконечникам (центры наконечников и обкладок лежат на одной оси). Между обкладками конденсатора в однородном электрическом поле E на расстоянии R от оси системы (R много меньше радиусов наконечников и обкладок конденсатора) неподвижно висит заряженная масляная капля с зарядом q . В обмотке включают ток и доводят магнитное поле до постоянной величины B . Считая, что за время нарастания магнитного поля смещение капли пренебрежимо мало, найдите скорость v капли и траекторию её движения после включения магнитного поля.

12-3)* [O2, 8.13] В серпуховском кольцевом ускорителе протоны ускоряются до энергии $W = 76 \text{ ГэВ}$. Для удержания протонов на орбите используются магниты, создающие поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$. Вычислите радиус кольца ускорителя.